

クレジット:

UTokyo Online Education 数理手法Ⅷ 2019 島田尚

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限ってページ単位で利用することができます。特に記載のない限り、本講義資料はページ単位でクリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下に提供されています。

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。



数理手法VIII

2019年冬学期

数理・情報教育研究センター 数学基礎教育部門
工学系研究科システム創成学専攻

島田 尚

講義内容予定

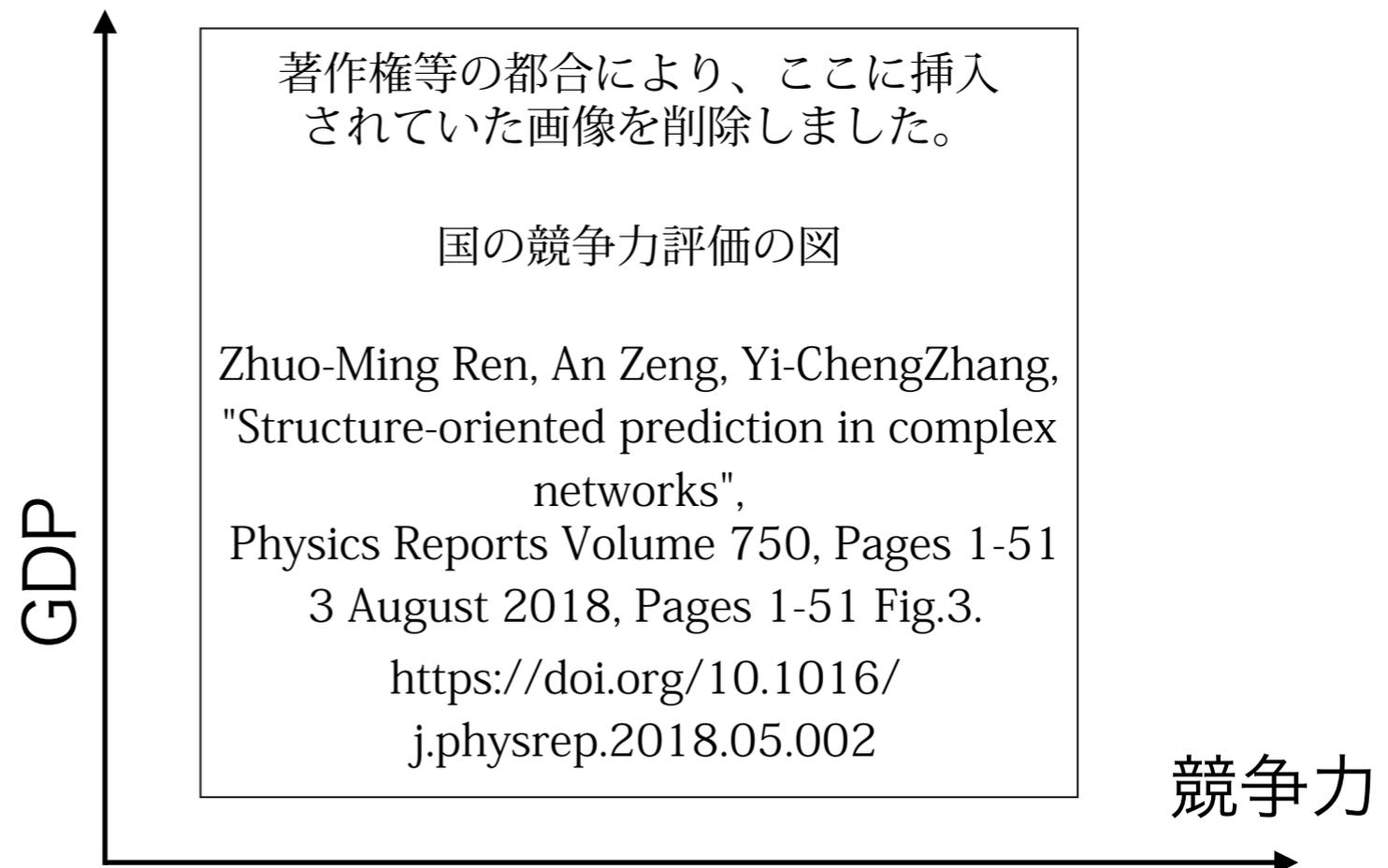
- A. グーグル検索、国の競争力などの「重要性評価手法」関連の数理
 - ・ペロン・フロベニウスの定理、power method、特異値分解
- B. 統計解析とデータの縮約（データサイエンス、機械学習）
 - ・特異値分解、最小2乗問題、主成分分析、スパースモデリング
- C. 株価や為替変動、人の通信や移動におけるべき分布、都市成長に見られるスケールリング則等の普遍的な統計則
 - ・大数の法則、中心極限定理
 - ・べき分布を生むメカニズム、自己組織的臨界性
- D. 複雑ネットワーク
 - ・ネットワーク構造の特徴づけ
 - ・ネットワークの頑健性、脆弱性、伝搬の数理

トピックA:

グーグル検索、国の競争力などの「重要性評価」の数理

- Google 検索のペイジランク、類似の再帰的重要性評価指標として雑誌のEigen factorやスポーツ成績、キャリアの評価指標など
- 生産物の重要性評価とそのどれを生産できているかに基づく国の競争力の評価

「競争力」の高い国の領域について
GDPの成長が予測できる
(図中右側の層流領域) →



各国経済の fitness の推定

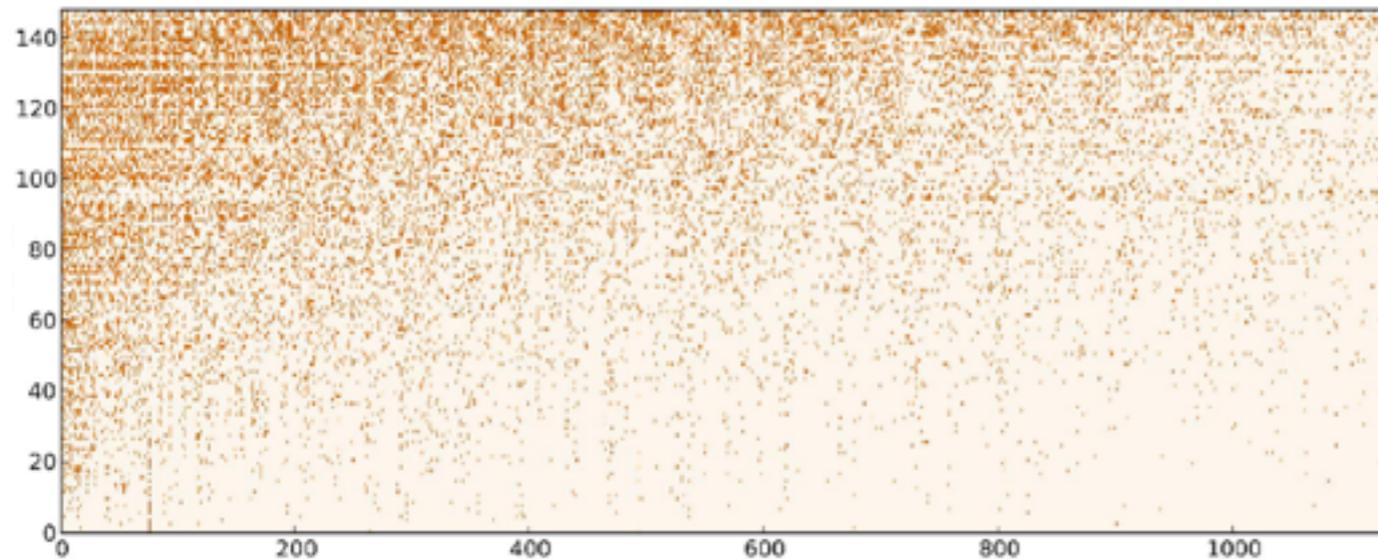
(A. Tacchela, D. Mazzilli, & L. Pietronero, Nature Physics (2018))

Citation: Cristelli M, Gabrielli A, Tacchella A, Caldarelli G, Pietronero L (2013) Measuring the Intangibles: A Metrics for the Economic Complexity of Countries and Products. PLoS ONE 8(8): e70726. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0070726>



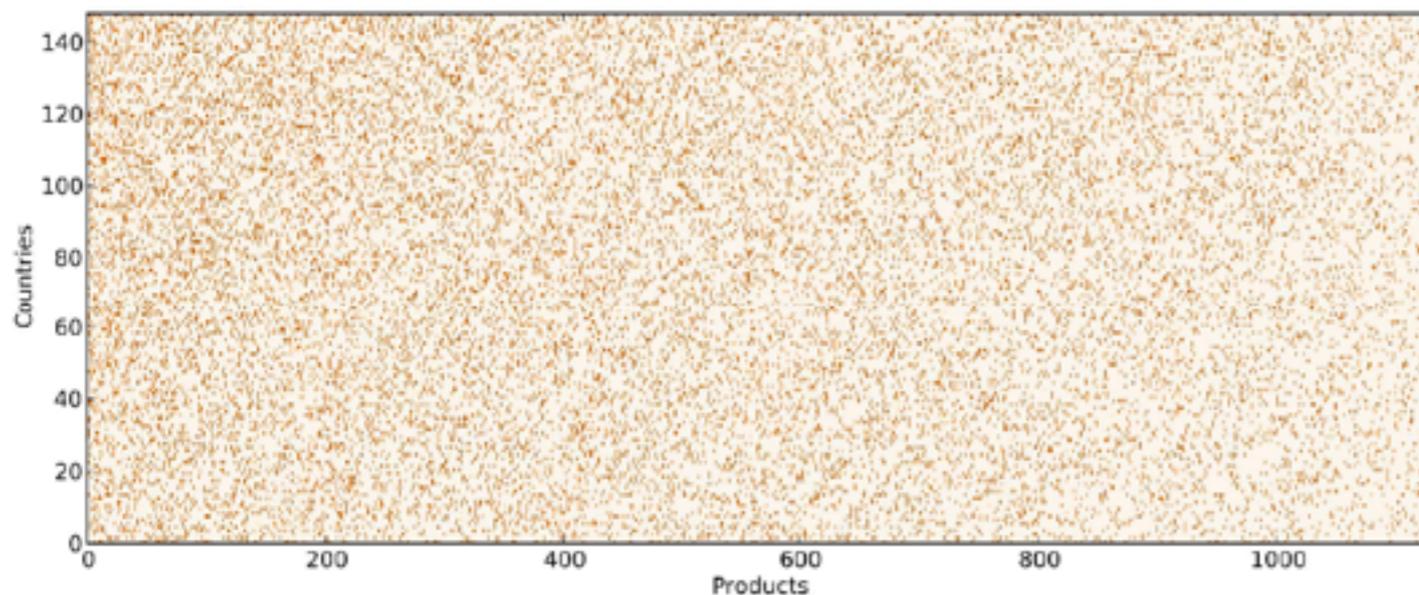
(2018/9/26@ギリシャ)

㊦

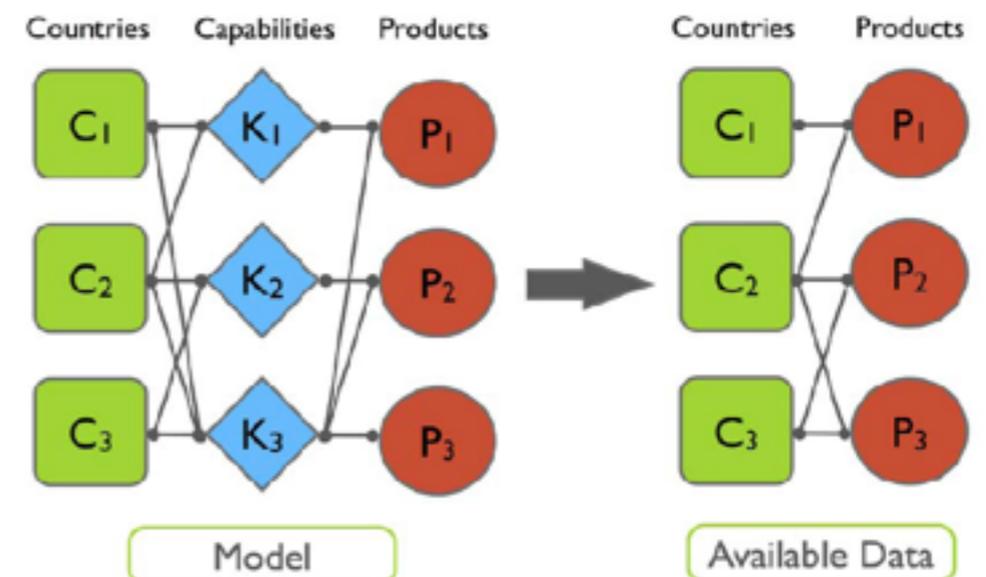


生産物

← 各国の輸出できる製品の分布には
「競争力」や「必要技術技術」
をうかがわせる構造がある

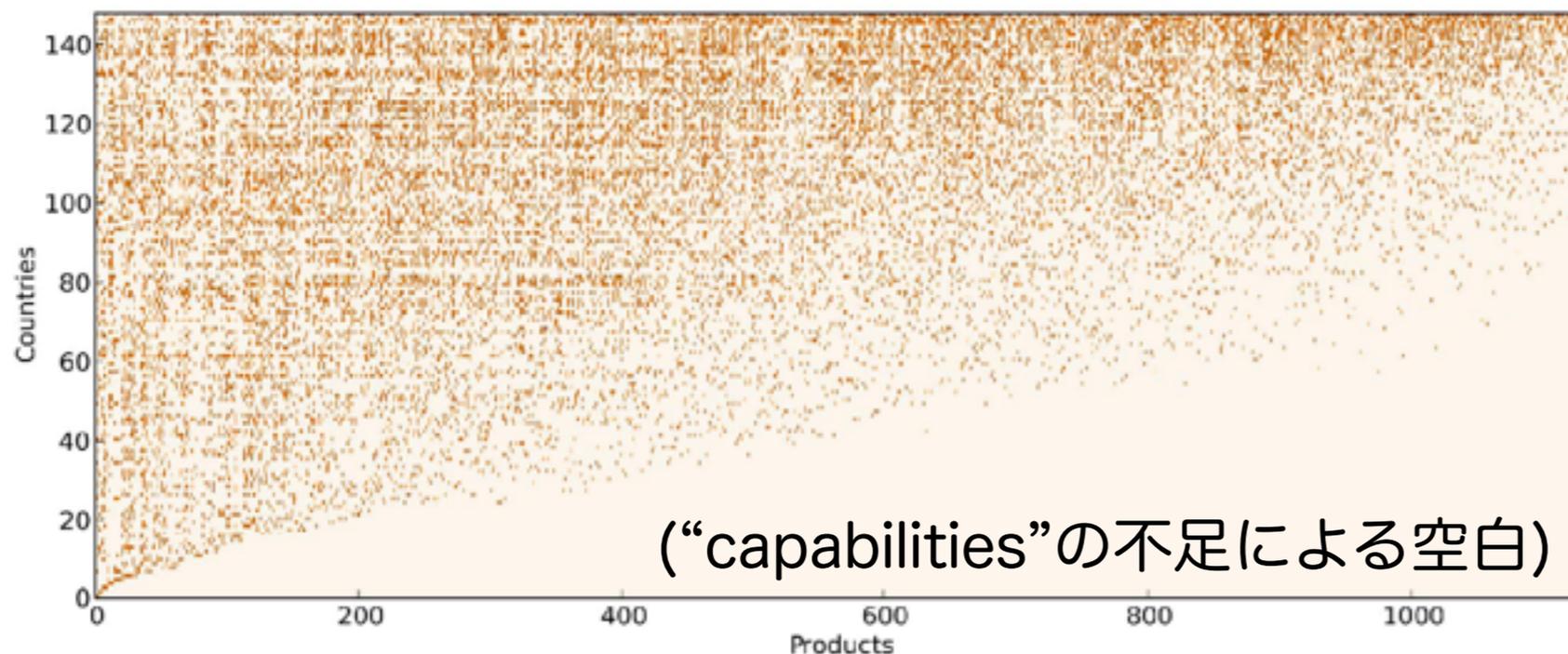


(ランダムな場合)

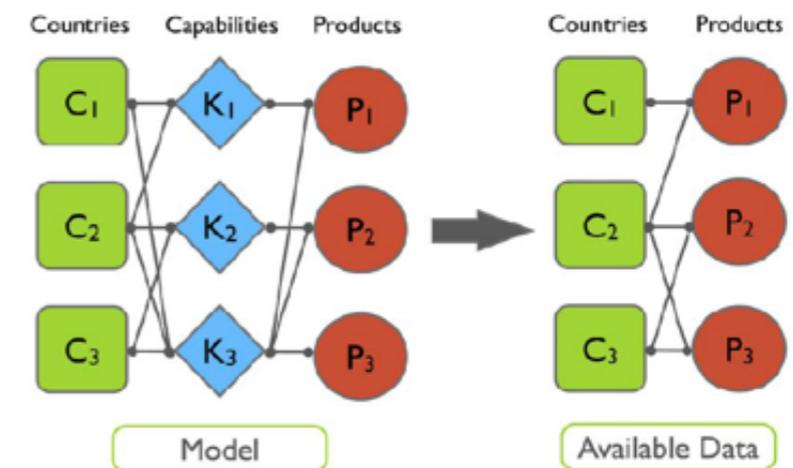


セルフコンシステント (self-consistent) な競争力推定法

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{F}_c^{(N+1)} = \sum_p M_{cp} Q_p^{(N)} \\ \tilde{Q}_p^{(N+1)} = \frac{1}{\sum_c \frac{M_{cp}}{F_c^{(N)}}} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} F_c^{(N)} = \frac{\tilde{F}_c^N}{\langle \tilde{F} \rangle_c} \\ Q_p^{(N)} = \frac{\tilde{Q}_p^N}{\langle \tilde{Q} \rangle_p} \end{array} \right\}$$



Citation: Cristelli M, Gabrielli A, Tacchella A, Caldarelli G, Pietronero L (2013) Measuring the Intangibles: A Metrics for the Economic Complexity of Countries and Products. PLoS ONE 8(8): e70726. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0070726>



GDPの成長と競争力の成長を 区別できる

Citation: Cristelli M, Gabrielli A, Tacchella A, Caldarelli G, Pietronero L (2013) Measuring the Intangibles: A Metrics for the Economic Complexity of Countries and Products. PLoS ONE 8(8): e70726. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0070726>

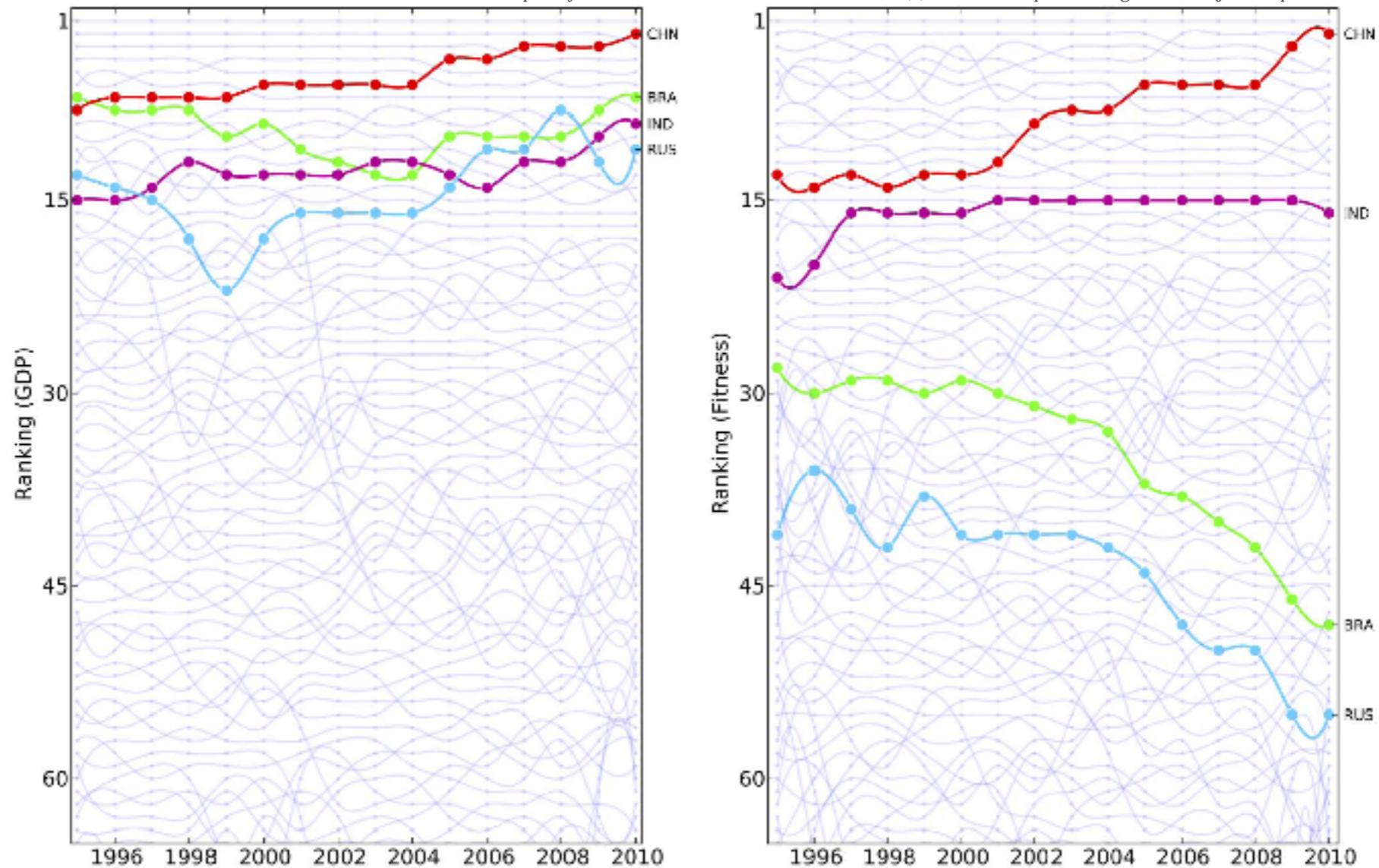


Figure 8. Fundamental analysis of the BRIC countries according to our metrics. We argue that India and China undergo a real economic development characterized by accumulation of new and more and more complex capabilities. Therefore the GDP growth corresponds to a real increase of the competitiveness of these two countries. Conversely we observe that the GDP growth of Brazil and Russia appears to be mainly fueled by the price bubble of the raw material sector and these countries are not using these extra richness to develop and accumulate new capabilities in order to settle a solid basis to their productive system.
doi:10.1371/journal.pone.0070726.g008

各国経済の状態の 分類と将来予測

著作権等の都合により、ここに挿入
されていた画像を削除しました。

GDP-fitnessの変遷と予測の図

A. Tacchella, D. Mazzilli & L. Pietronero,
"A dynamical systems approach to gross
domestic product forecasting",
Nature Physics volume 14, pages 861–865,
(2018) Fig.3.

[https://www.nature.com/articles/
s41567-018-0204-y/](https://www.nature.com/articles/s41567-018-0204-y/)

著作権等の都合により、ここに挿入
されていた画像を削除しました。

国の競争力評価の図

Zhuo-Ming Ren, An Zeng, Yi-Cheng Zhang,
"Structure-oriented prediction in complex
networks",
Physics Reports Volume 750, Pages 1-51
3 August 2018, Pages 1-51 Fig.3.

[https://doi.org/10.1016/
j.physrep.2018.05.002](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2018.05.002)

各国中央銀行やヘッジファンドなどに採用

セルフコンシステントな重要性評価の“元祖” ページランク (初期 Google)

The roots of Google's PageRank can be traced back to several early, and equally remarkable, ranking techniques.

BY MASSIMO FRANCESCHET

PageRank: Standing on the Shoulders of Giants

Massimo Franceschet, PageRank: standing on the shoulders of giants, Communications of the ACM, pp.92-101, Volume 54 Issue 6, June 2011 より引用
<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1953146>

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

ページランクの例

Massimo Franceschet, PageRank: standing on the shoulders of giants, Communications of the ACM, pp.92-101, Volume 54 Issue 6, June 2011, Figure 1

<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1953146>

Year	Author	Contribution
1906	Markov	Markov theory ²⁰
1907	Perron	Perron theorem ²⁴
1912	Frobenius	Perron-Frobenius theorem ⁷
1929	von Mises and Pollaczek-Geiringer	Power method ³¹
1941	Leontief	Econometric model ¹⁸
1949	Seeley	Sociometric model ²⁹
1952	Wei	Sport ranking model ³²
1953	Katz	Sociometric model ¹¹
1965	Hubbell	Sociometric model ¹⁰
1970	Pinski and Narin	Bibliometric model ²⁶
1998	Kleinberg	HITS ¹⁴
1998	Brin and Page	PageRank ³

Massimo Franceschet, PageRank: standing on the shoulders of giants, Communications of the ACM, pp.92-101, Volume 54 Issue 6, June 2011 より引用
<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1953146>

Webページの重要性指標 (Google PageRank)

“A web page is important if it is pointed to by other important pages”

$$G = \alpha S + (1 - \alpha)E$$

↑
(重み付き隣接行列)
↑
(テレポート行列)

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

ページランクの例

Massimo Franceschet, PageRank: standing on the shoulders of giants, Communications of the ACM, pp.92-101, Volume 54 Issue 6, June 2011, Figure 1

<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1953146>

Massimo Franceschet, PageRank: standing on the shoulders of giants, Communications of the ACM, pp.92-101, Volume 54 Issue 6, June 2011 より引用
<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1953146>

Year	Author	Contribution
1906	Markov	Markov theory ²⁰
1907	Perron	Perron theorem ²⁴
1912	Frobenius	Perron-Frobenius theorem ⁷
1929	von Mises and Pollaczek-Geiringer	Power method ³¹
1941	Leontief	Econometric model ¹⁸
1949	Seeley	Sociometric model ²⁹
1952	Wei	Sport ranking model ³²
1953	Katz	Sociometric model ¹¹
1965	Hubbell	Sociometric model ¹⁰
1970	Pinski and Narin	Bibliometric model ²⁶
1998	Kleinberg	HITS ¹⁴
1998	Brin and Page	PageRank ³

雑誌の重要性評価指標 (Eigen factor)

“A journal is influential if it is cited by other influential journals”

$$h_{i,j} = \frac{c_{i,j}}{c_j}$$

(PageRank と数理は全く一緒)

Impact factor ↔ Eigen factor

著作権等の都合により、ここに挿入
されていた画像を削除しました。

PinskiとNarinによるジャーナルランキング法の例

Massimo Franceschet, PageRank: standing on the
shoulders of giants, Communications of the ACM,
pp.92-101, Volume 54 Issue 6, June 2011, Figure 3

<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1953146>

Massimo Franceschet, PageRank: standing on the shoulders of
giants, Communications of the ACM, pp.92-101, Volume 54
Issue 6, June 2011 より引用
<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1953146>

Year	Author	Contribution
1906	Markov	Markov theory ²⁰
1907	Perron	Perron theorem ²⁴
1912	Frobenius	Perron-Frobenius theorem ⁷
1929	von Mises and Pollaczek- Geiringer	Power method ³¹
1941	Leontief	Econometric model ¹⁸
1949	Seeley	Sociometric model ²⁹
1952	Wei	Sport ranking model ³²
1953	Katz	Sociometric model ¹¹
1965	Hubbell	Sociometric model ¹⁰
1970	Pinski and Narin	Bibliometric model ²⁶
1998	Kleinberg	HITS ¹⁴
1998	Brin and Page	PageRank ³

人物の重要性指標

(Katz model)

“A person is prestigious if he is endowed by prestigious people”

$$W = \sum_{k=1}^{\infty} (aL)^k$$

L : 隣接行列
 $a < 0$: 減衰係数

$$\pi_j = \sum_i w_{i,j}$$

その人の重要性

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

Katz modelの例

Massimo Franceschet, PageRank: standing on the shoulders of giants, Communications of the ACM, pp.92-101, Volume 54 Issue 6, June 2011, Figure 4

<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1953146>

(PageRank)

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

ページランクの例

Massimo Franceschet, PageRank: standing on the shoulders of giants, Communications of the ACM, pp.92-101, Volume 54 Issue 6, June 2011, Figure 1

<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1953146>

Massimo Franceschet, PageRank: standing on the shoulders of giants, Communications of the ACM, pp.92-101, Volume 54 Issue 6, June 2011 より引用
<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1953146>

Year	Author	Contribution
1906	Markov	Markov theory ²⁰
1907	Perron	Perron theorem ²⁴
1912	Frobenius	Perron-Frobenius theorem ⁷
1929	von Mises and Pollaczek-Geiringer	Power method ³¹
1941	Leontief	Econometric model ¹⁸
1949	Seeley	Sociometric model ²⁹
1952	Wei	Sport ranking model ³²
1953	Katz	Sociometric model ¹¹
1965	Hubbell	Sociometric model ¹⁰
1970	Pinski and Narin	Bibliometric model ²⁶
1998	Kleinberg	HITS ¹⁴
1998	Brin and Page	PageRank ³

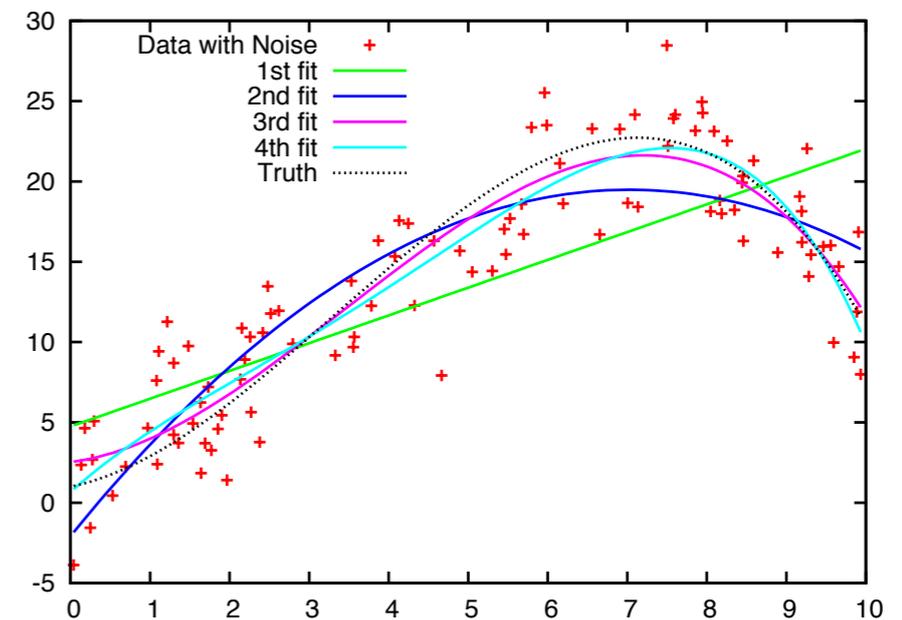
トピックB:

統計解析とデータの縮約

- 関数フィッティング (線形回帰) と最小2乗問題

$$\vec{y} = X\vec{\beta} + \vec{\xi}$$

$$\min \left(\|y - X\vec{\beta}\|_2^2 \right)$$



- 主成分分析

- 高次元データの (自動的) 縮約

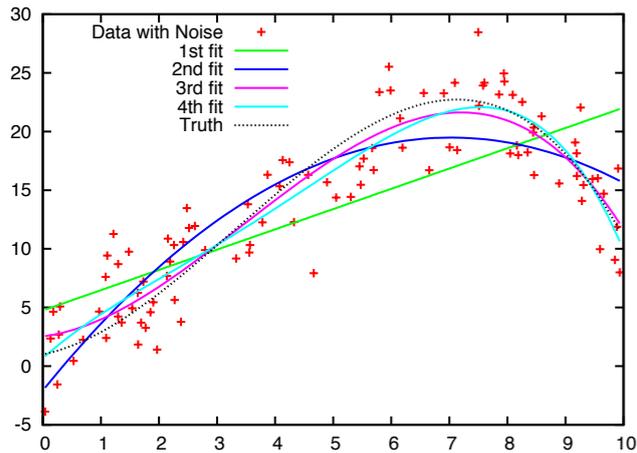
→ データサイエンス、機械学習

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

70000羽のムクドリの写真

<https://www.maxitendance.com/2016/02/etourneaux-oiseaux-ballet-ciel-angleterre-bbc.html>

スパースモデリング



- 線形回帰と最小2乗問題

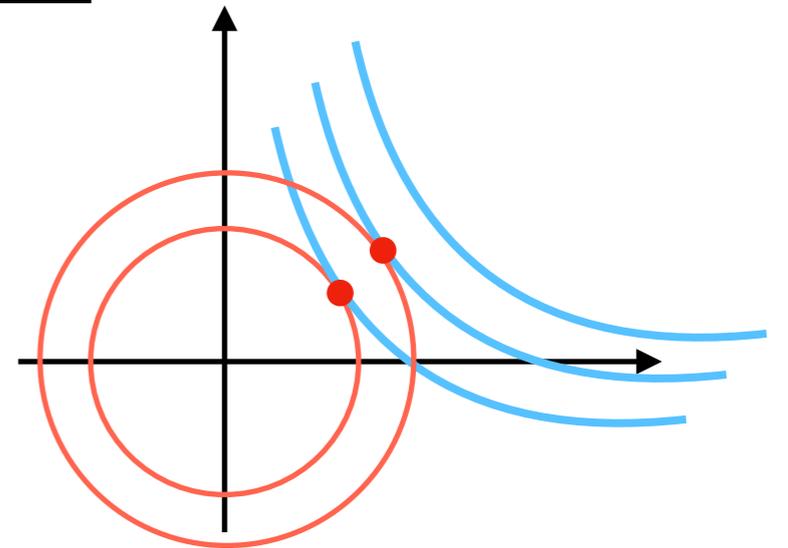
$$\vec{y} = X\vec{\beta} + \vec{\xi} \quad \min \left(\|y - X\vec{\beta}\|_2^2 \right)$$

説明変数(β)は少ない方が良い!



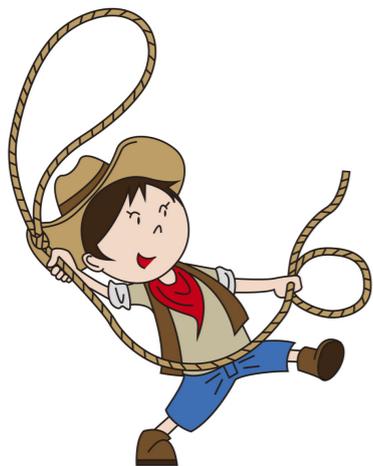
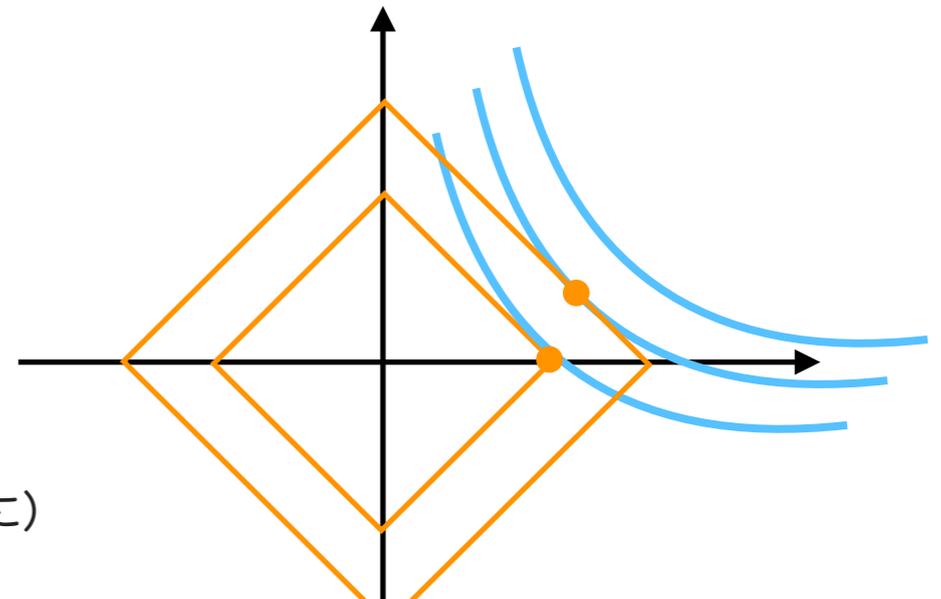
- Ridge

$$\min \left(\|y - X\vec{\beta}\|_2^2 + \lambda \|\vec{\beta}\|_2^2 \right)$$



- LASSO

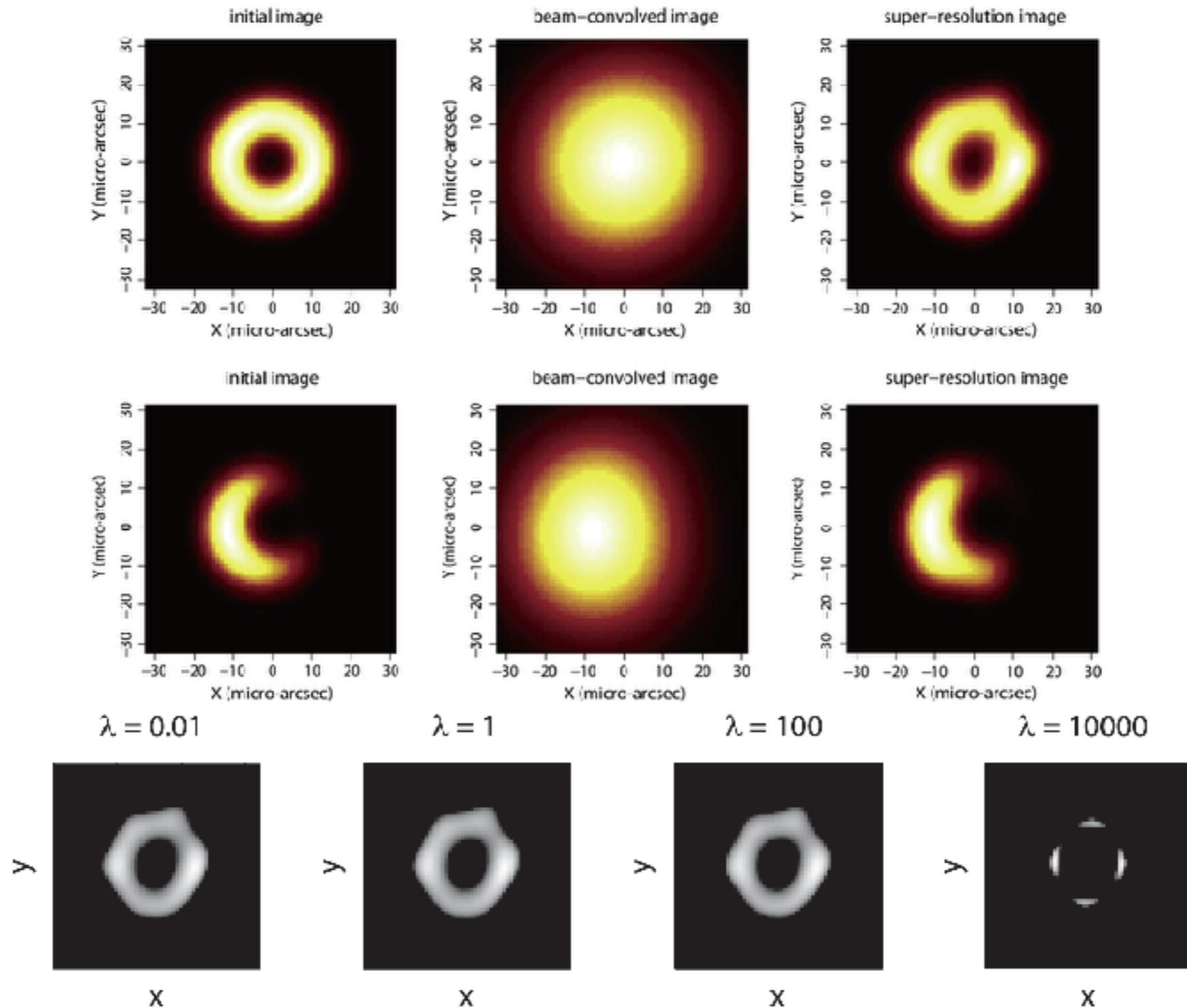
$$\min \left(\|y - X\vec{\beta}\|_2^2 + \lambda \|\vec{\beta}\|_1 \right)$$



hrukyさんによるイラスト ACからのイラスト

(Tibshirani, Robert (1996) 以降ポピュラーに)

LASSOの天文学への応用例



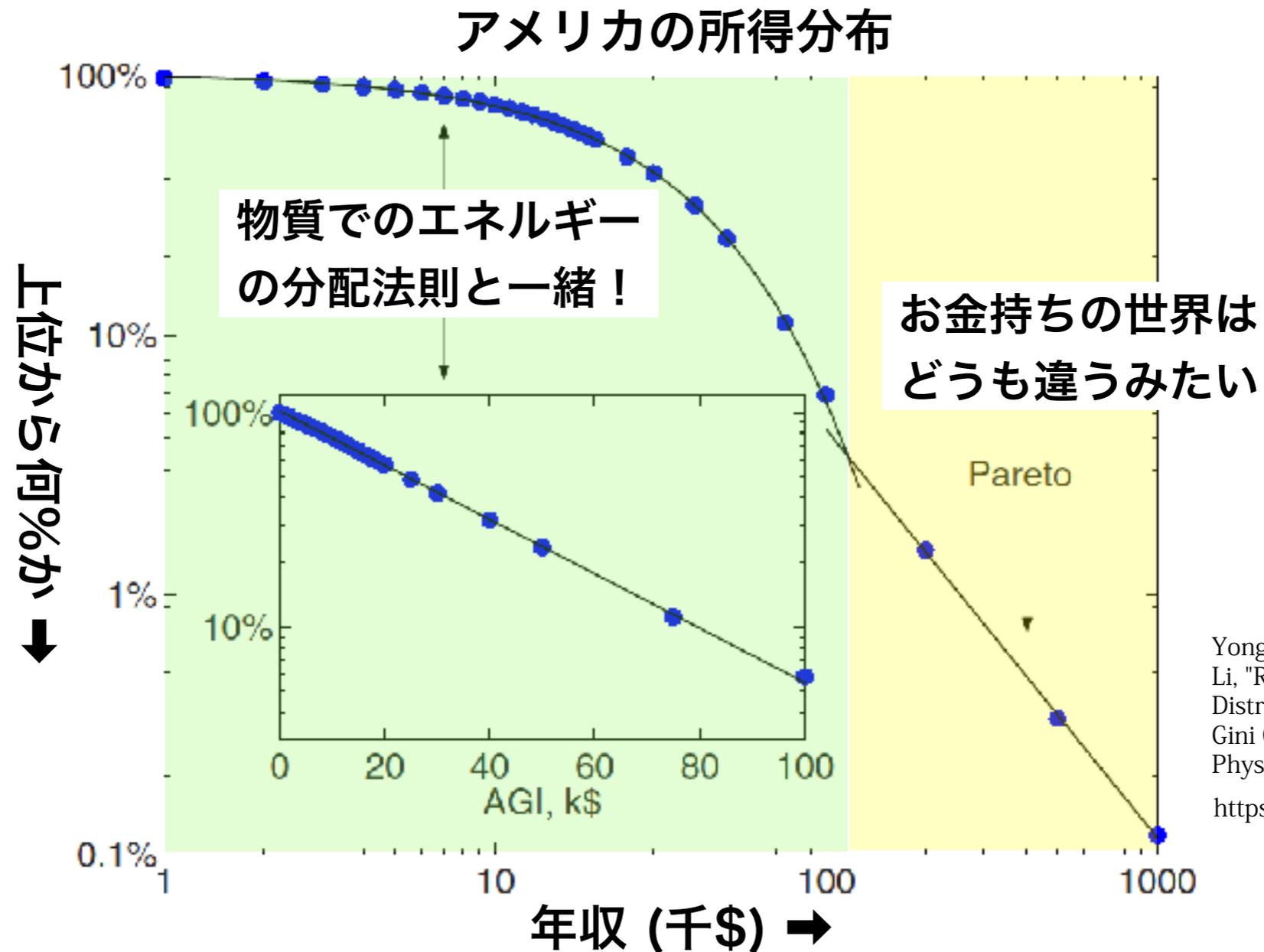
"This reprint is available in free-to-view only with the permission of the authors, the Astronomical Society of Japan and Oxford University Press. To consult and cite the original article: Mareki Honma et al. Super-resolution imaging with radio interferometry using sparse modelling. Publications of the Astronomical Society of Japan (2014) 66 (5): 95, 10.1093/pasj/psu070<<https://doi.org/10.1093/pasj/psu070>>."

(c) The Author(s) 2014. All rights reserved; no part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of Oxford University Press and/or Oxford Publishing Limited ("OPL") in respect of the underlying rights, or as expressly permitted by law.

This figure is not included under the Creative Commons BY-NC-ND license of this publication. For permissions, please e-mail: journals.permissions@oup.com<<mailto:journals.permissions@oup.com>>"

トピックC:

社会・経済系での普遍分布・ベキ分布



Yong Tao, Xiangjun Wu, Changshuai Li, "Rawls' Fairness, Income Distribution and Alarming Level of Gini Coefficient", General Finance Physics and Society, 2014 Figure 1. <https://arxiv.org/Rabs/1409.3979>

収入上位数%層をのぞけば、物質で使う統計物理の法則が収入にも当てはまる!

トピックC：

社会・経済系での普遍分布・ベキ分布

株価や売り上げの変動はガウス分布でない（「経済物理学」の端緒）

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

Rosario N. Mantegna & H. Eugene Stanley, "Scaling behaviour in the dynamics of an economic index", Nature volume 376, pages 46–49 (1995), FIG. 1

<https://www.nature.com/articles/376046a0>

株価の変動の分布

Mantagna & Stanley, Nature (1995)

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

Michael H. R. Stanley, Luís A. N. Amaral, Sergey V. Buldyrev, Shlomo Havlin, Heiko Leschhorn, Philipp Maass, Michael A. Salinger & H. Eugene Stanley, "Scaling behaviour in the growth of companies", Nature volume 379, pages 804–806 (1996), FIG. 3

<https://www.nature.com/articles/379804a0>

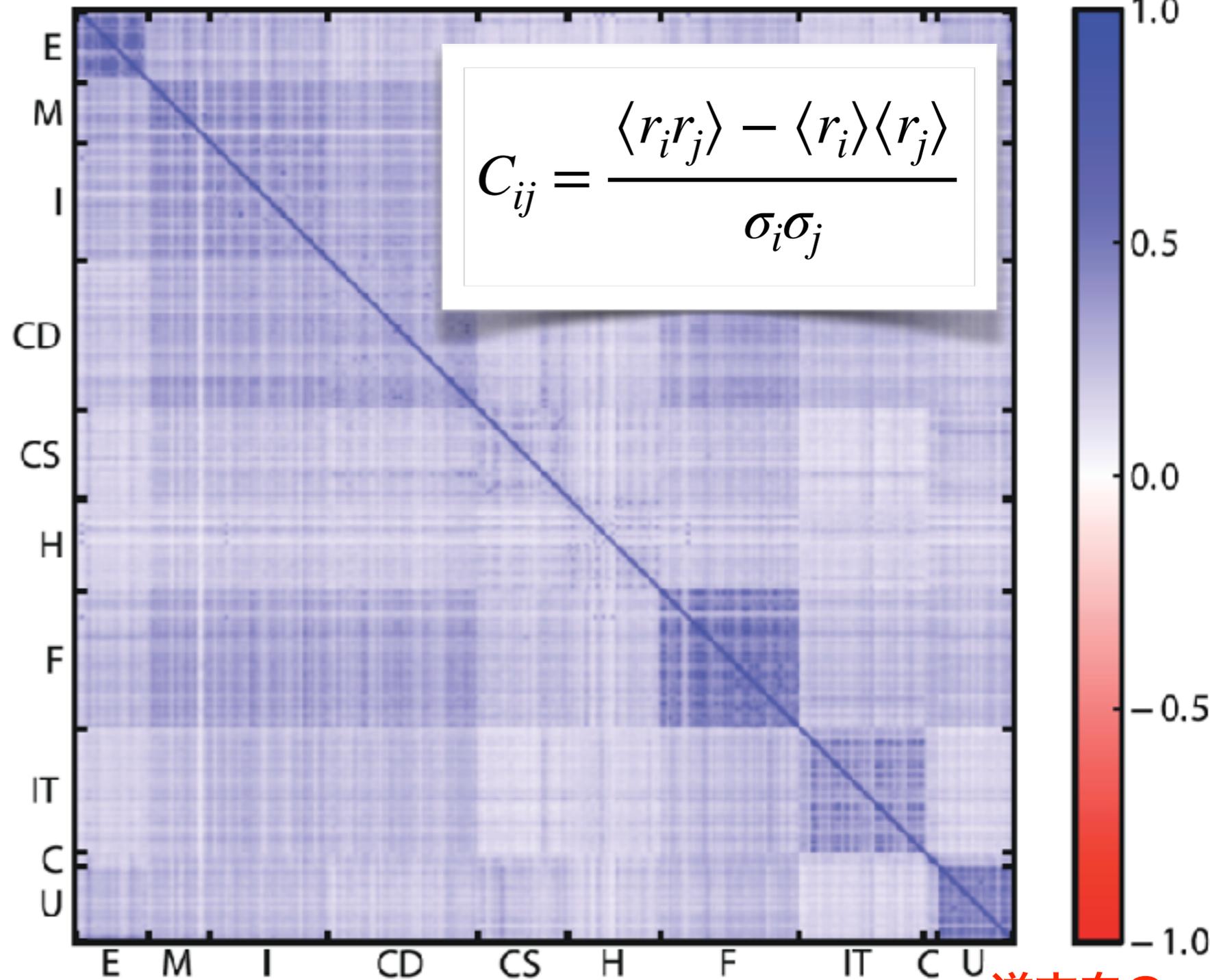
企業の成長率の分布

Stanley et al., Nature (1996)

アメリカ株価変動の相関構造

GLCS sort (産業分類)

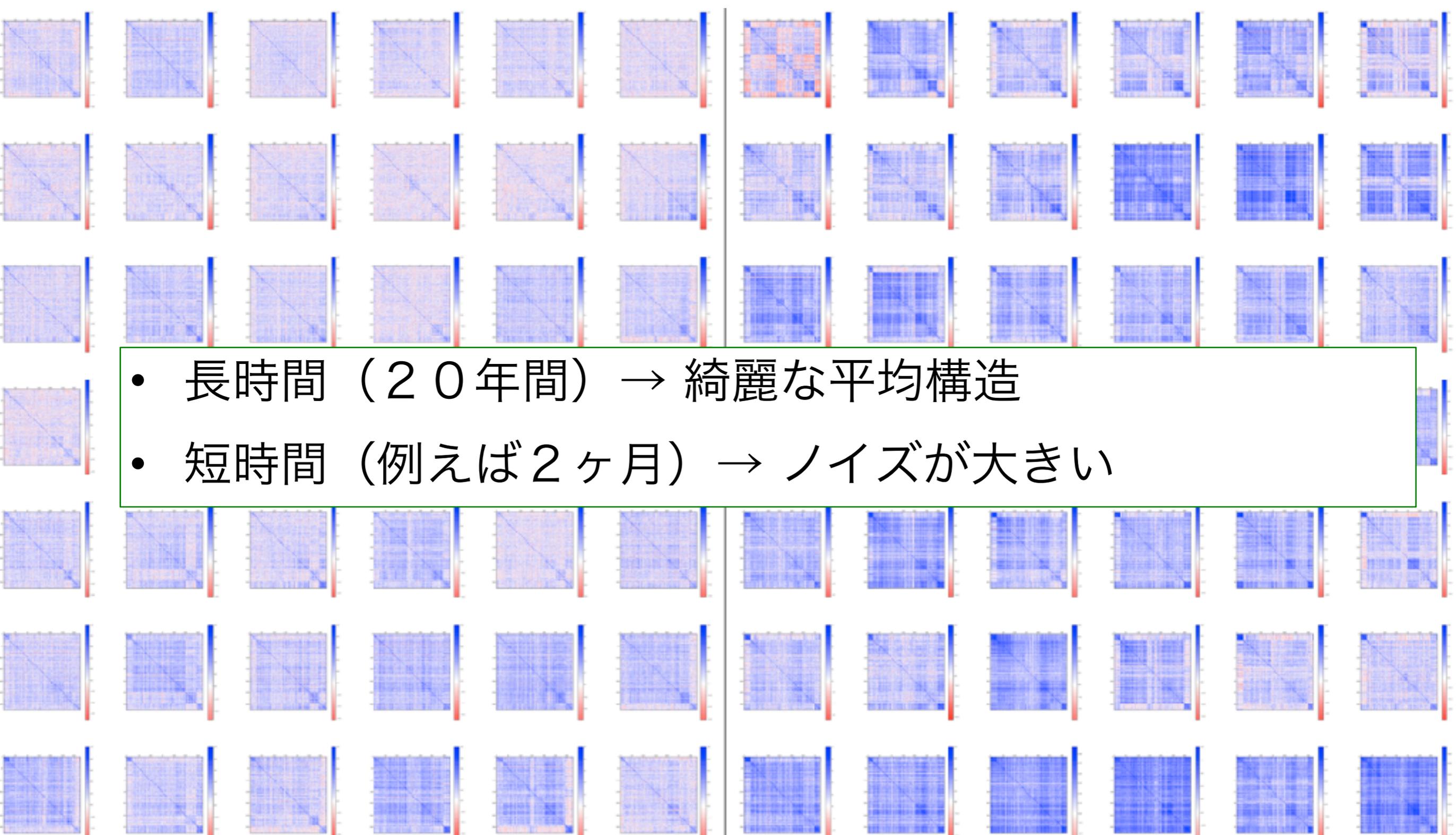
- Energy (エネルギー)
- Materials (素材)
- Industrials (資本財・サービス・輸送)
- Consumer Discretionary
(一般消費財・サービス、車、衣料、etc)
- Consumer Staples (生活必需品)
- Health Care (ヘルスケア)
- Financials (金融)
- Information Technology (情報技術)
- Telecommunication Services (通信)
- Utilities (公益事業)



同方向の
変動が多い

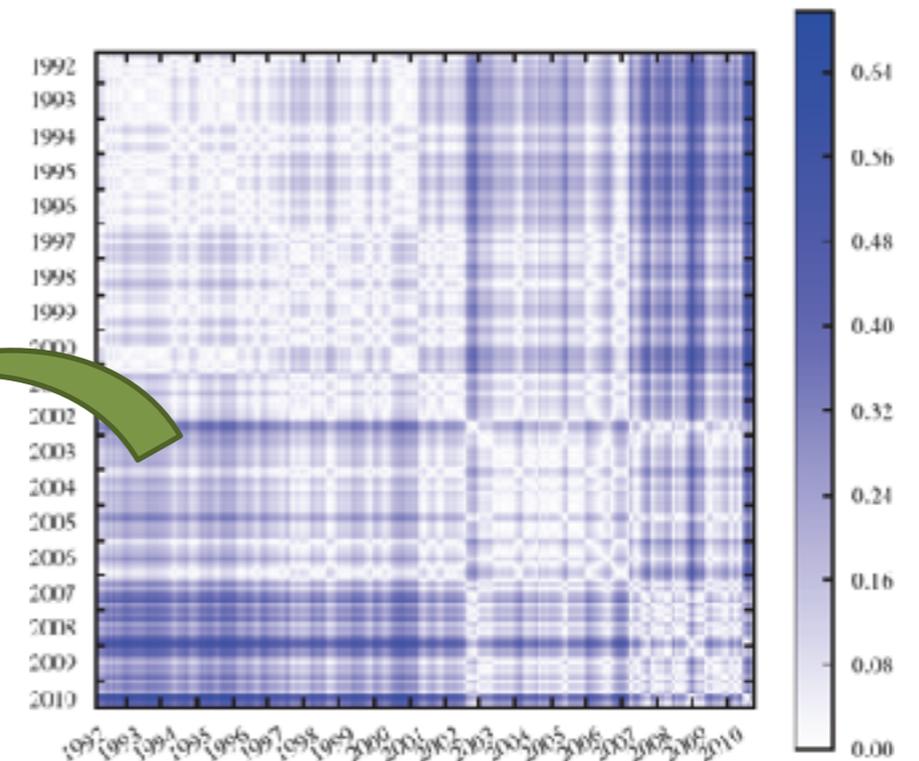
逆方向の
変動が多い

相関構造は毎月のように変わる



- 長時間（20年間）→ 綺麗な平均構造
- 短時間（例えば2ヶ月）→ ノイズが大きい

異時刻間類似度の“タータンチェック模様” とその意味



実際の異時刻類似度マップ

- 時間差が小さくても、類似度が急に低くなることがある
 - 時間差の大きいペアにも似たものがある
- ➡ 典型的な状態というのがあるって、その間をぴよんぴよん飛び移っている

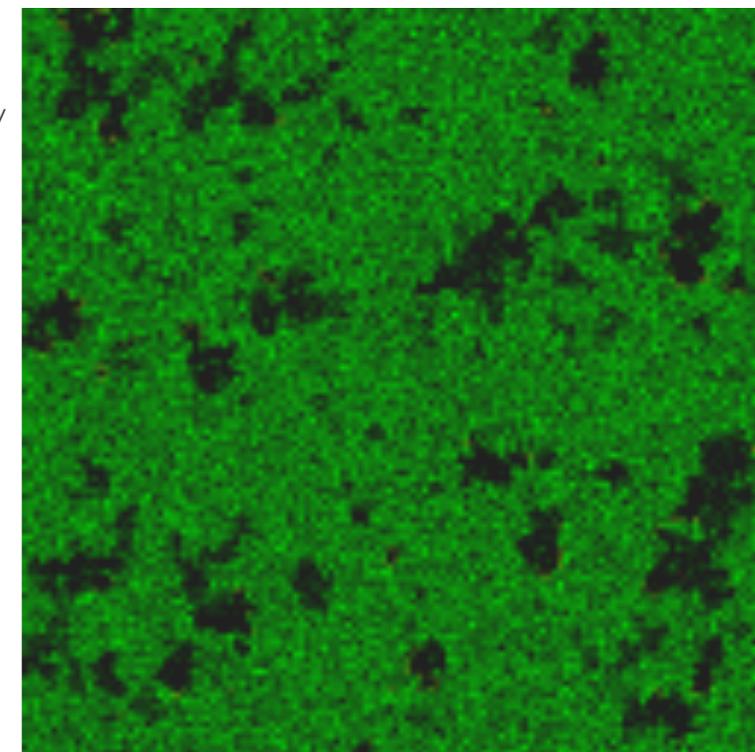


Photo by Claudio Rocchini, from Wikipedia
https://en.wikipedia.org/wiki/Forest-fire_model#/media/File:Forest_fire_model.gif
CC BY 2.5

森林火災

(https://en.wikipedia.org/wiki/Forest-fire_model)

Photo by John McColgan, from Wikipedia
https://en.wikipedia.org/wiki/Wildfire#/media/File:Deerfire_high_res.jpg
Public domain



(火災が起きると燃え広がる先の木が減る → 森林火災が大火災になるかどうかのギリギリ)

株価の集団的動きの突発性は、自然界でもある

“勝手にギリギリの状態になる現象”（自己組織的臨界性）に似ている

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

Ole Peters & J. David Neelin, "Critical phenomena in atmospheric precipitation", Nature Physics volume 2, pages 393–396 (2006), Figure 1

<https://www.nature.com/articles/nphys314?draft=journal>

雨の降り方

(Nature Physics Vol. 2, 393 (2006))

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

Ole Peters & J. David Neelin, "Critical phenomena in atmospheric precipitation", Nature Physics volume 2, pages 393–396 (2006), Figure 3

<https://www.nature.com/articles/nphys314?draft=journal>

(雨が降れば水蒸気減る → 大雨が降るか降らないかのギリギリ)

人間社会（と難しい自然現象）での 各つながりの活動の特徴：バースト

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を
削除しました。

色分けされたアクティビティの図

Márton Karsai, Kimmo Kaski, Albert-László Barabási &
János Kertész,
"Universal features of correlated bursty behaviour",
Scientific Reports volume 2, Article number: 397 (2012)
Fig. 1

<https://www.nature.com/articles/srep00397>

地震の活動

ニューロンの発火

携帯電話の通話

通信の頻度に関するベキ分布（バースト性）

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

Barabási, A.-L. "The origin of bursts and heavy tails in human dynamics", Nature 435 207-211 2005 Fig.2. 図aおよびb

<https://www.nature.com/articles/nature03459>

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

João Gama Oliveira & Albert-László Barabási, "Darwin and Einstein correspondence patterns", Nature 437, 1251 (2005) Figure 1

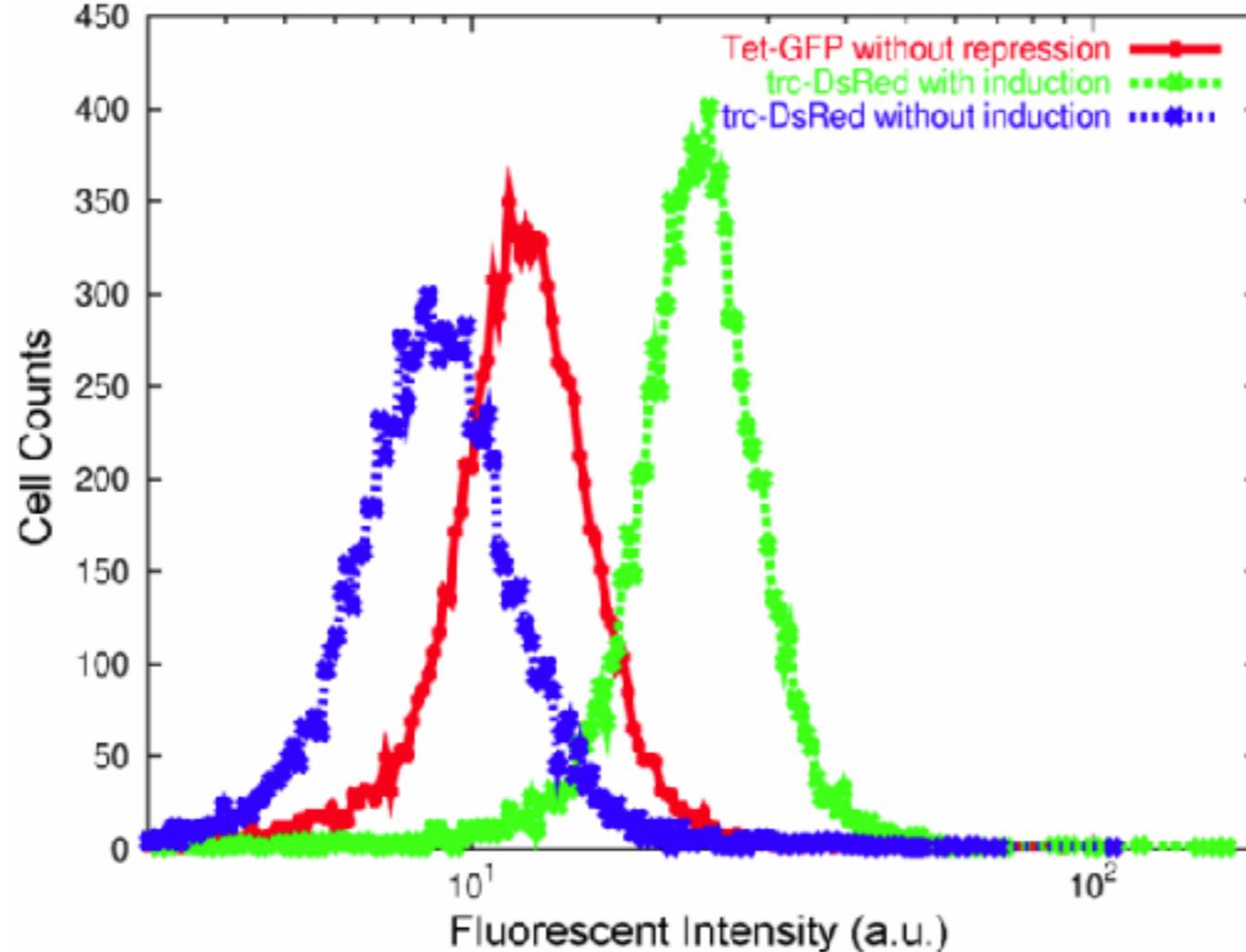
<https://www.nature.com/articles/4371251a?foxtrotcallback=true>

e-mail の送信間隔（左）と返信までの時間（右）の分布（Barabasi, Nature (2005)）

ダーウィンとアインシュタインの手紙の頻度（Oliveira & Barabasi, Nature (2005)）

対数正規分布（べき分布）の例： 遺伝子発現量

Chikara Furusawa, Takao Suzuki, Akiko Kashiwagi, Tetsuya Yomo and Kunihiko Kaneko,
"Ubiquity of log-normal distributions in intra-cellular reaction dynamics",
biophysics Vol.1, pp.25-31(2003) より引用 Fig.3.
https://www.jstage.jst.go.jp/article/biophysics/1/0/1_0_25/_article



C. Furusawa et al., doi: 10.2142/biophysics.1.25

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

ランク別遺伝子発現量グラフ

Chikara Furusawa and Kunihiko Kaneko, Zipf's Law in Gene Expression, Physical Review Letters 90, 088102-Published 26 February 2003 Figure 1

<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.90.088102>

$$\text{乗算ノイズ過程} : x_{t+1} = \eta_t x_t + \xi_t$$

都市のサイズと機能のスケーリング則

Luis M. A. Bettencourt, José Lobo, Dirk Helbing, Christian Kühnert, and Geoffrey B. West, Growth, innovation, scaling, and the pace of life in cities, PNAS April 24, 2007 104 (17) 7301-7306
<https://www.pnas.org/content/104/17/7301> Table 1.
 Copyright (2007) National Academy of Sciences

Table 1. Scaling exponents for urban indicators vs. city size

Y	β	95% CI	Adj- R^2	Observations	Country-year
New patents	1.27	[1.25, 1.29]	0.72	331	U.S. 2001
Inventors	1.25	[1.22, 1.27]	0.76	331	U.S. 2001
Private R&D employment	1.34	[1.29, 1.39]	0.92	266	U.S. 2002
"Supercreative" employment	1.15	[1.11, 1.18]	0.89	287	U.S. 2003
R&D establishments	1.19	[1.14, 1.22]	0.77	287	U.S. 1997
R&D employment	1.26	[1.18, 1.43]	0.93	295	China 2002
Total wages	1.12	[1.09, 1.13]	0.96	361	U.S. 2002
Total bank deposits	1.08	[1.03, 1.11]	0.91	267	U.S. 1996
GDP	1.15	[1.06, 1.23]	0.96	295	China 2002
GDP	1.26 (superlinear!)	[1.09, 1.46]	0.64	196	EU 1999–2003
GDP	1.13	[1.03, 1.23]	0.94	37	Germany 2003
Total electrical consumption	1.07	[1.03, 1.11]	0.88	392	Germany 2002
New AIDS cases	1.23	[1.18, 1.29]	0.76	93	U.S. 2002–2003
Serious crimes	1.16	[1.11, 1.18]	0.89	287	U.S. 2003
Total housing	1.00	[0.99, 1.01]	0.99	316	U.S. 1990
Total employment	1.01	[0.99, 1.02]	0.98	331	U.S. 2001
Household electrical consumption	1.00	[0.94, 1.06]	0.88	377	Germany 2002
Household electrical consumption	1.05	[0.89, 1.22]	0.91	295	China 2002
Household water consumption	1.01	[0.89, 1.11]	0.96	295	China 2002
Gasoline stations	0.77	[0.74, 0.81]	0.93	318	U.S. 2001
Gasoline sales	0.79	[0.73, 0.80]	0.94	318	U.S. 2001
Length of electrical cables	0.87	[0.82, 0.92]	0.75	380	Germany 2002
Road surface	0.83	[0.74, 0.92]	0.87	29	Germany 2002

Data sources are shown in *SI Text*. CI, confidence interval; Adj- R^2 , adjusted R^2 ; GDP, gross domestic product.

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

Tony Serino, Ph.D., Biology
 Department Misericordia
 University, Fuel Homeostasis
 General Physiology Biology 346

<https://slideplayer.com/slide/12677525/>

(動物の代謝率のスケーリング)

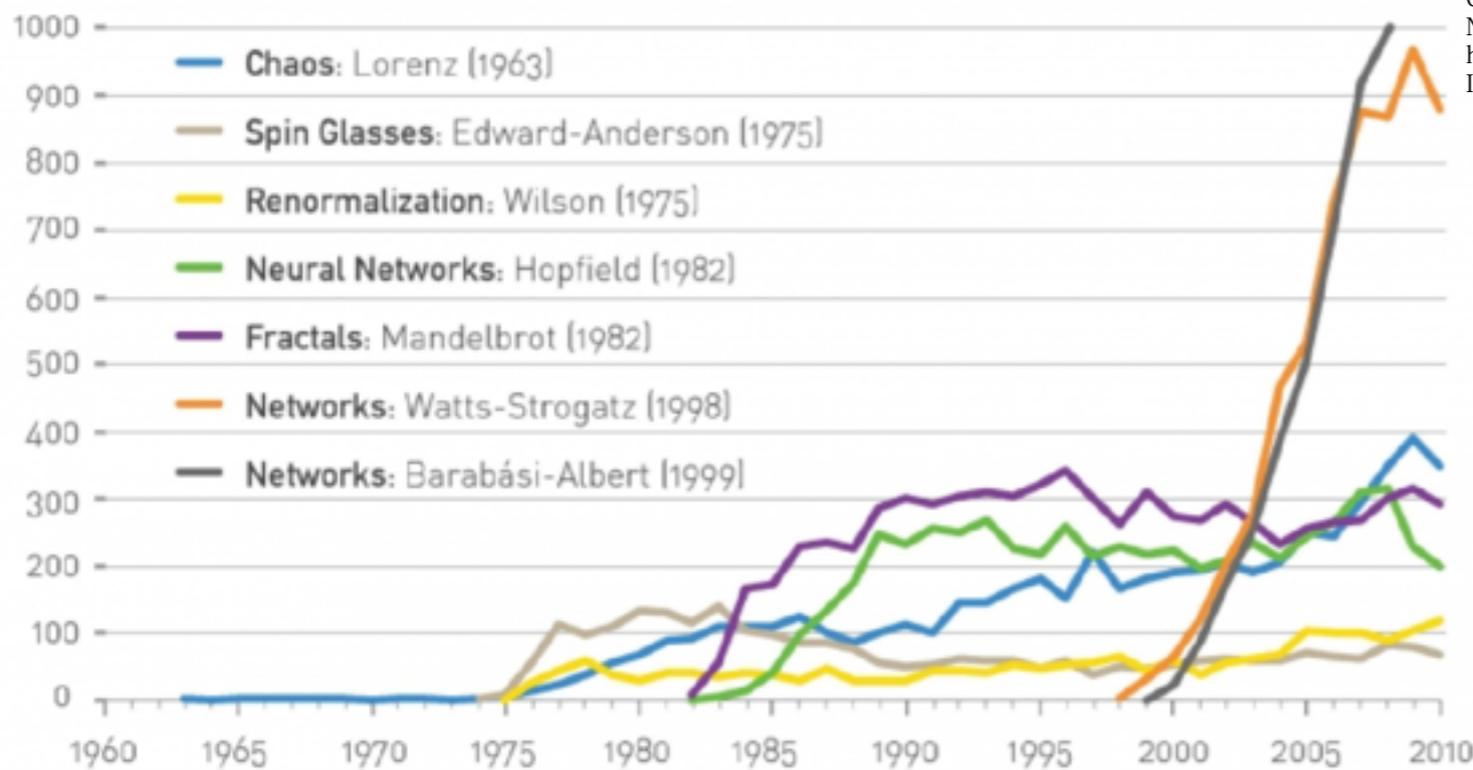
(Geoffrey B. West et al., PNAS (2007))

トピックD:

「複雑ネットワーク科学」 関連の話題

ネットワーク科学

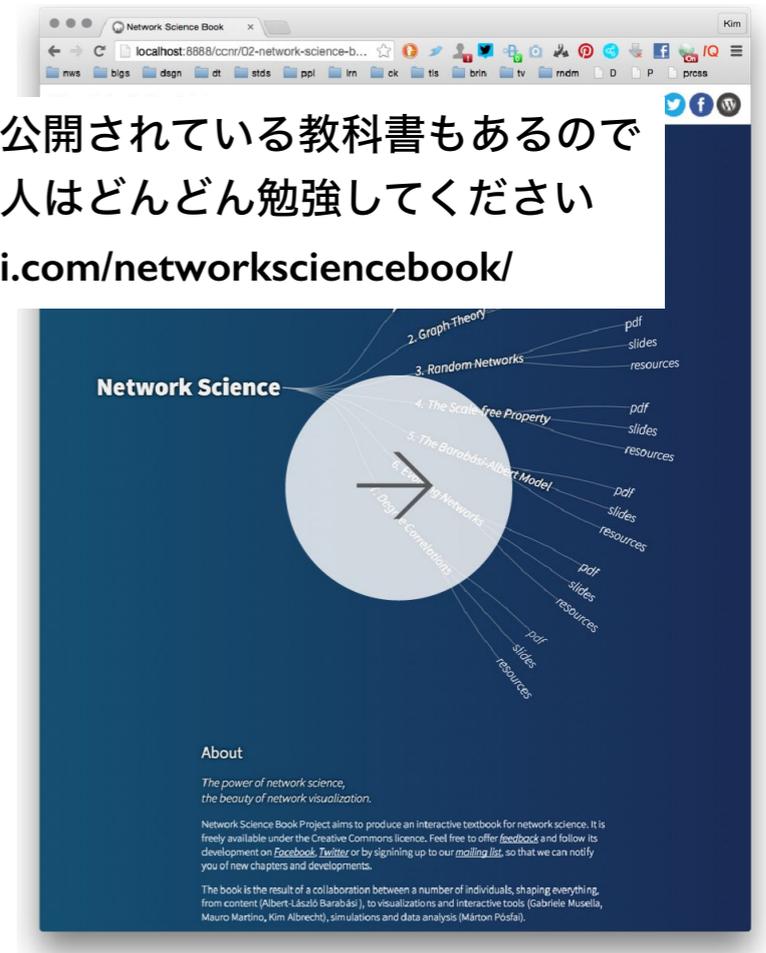
- 21世紀に入ってから急速に成長している分野
- 数学、データ科学と並んで統計物理学が基盤 → 相転移、パーコレーション、… の応用と新発見
- ネットワークの頑健性/脆弱性、ネットワーク上の伝搬（故障、うわさ、感染症、イノベーション）等



Chapter 1 Section 1.1
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/1#scientific-impact>
Image 1.9

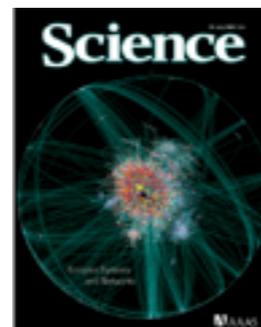
オンラインで公開されている教科書もあるので興味を持った人はどんどん勉強してください

<http://barabasi.com/networksciencebook/>



特集号やレビューも盛んに出されている

Chapter 1 Section 1.5
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/1#scientific-impact>
Image 1.5



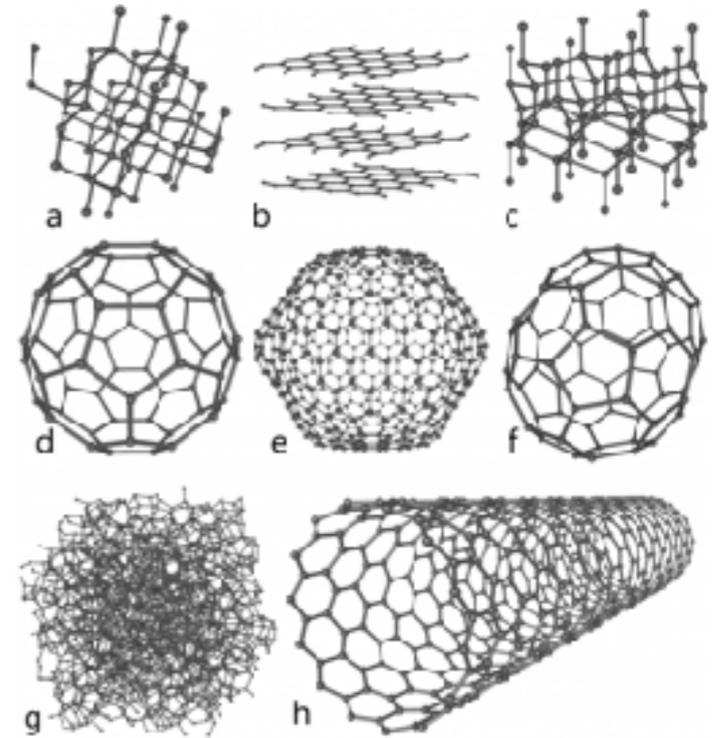
Chapter 1 Section 1.6
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/1#scientific-impact>
Image 1.8

Chapter 11 Section x.1
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/1#scientific-impact>
Online resource x.1

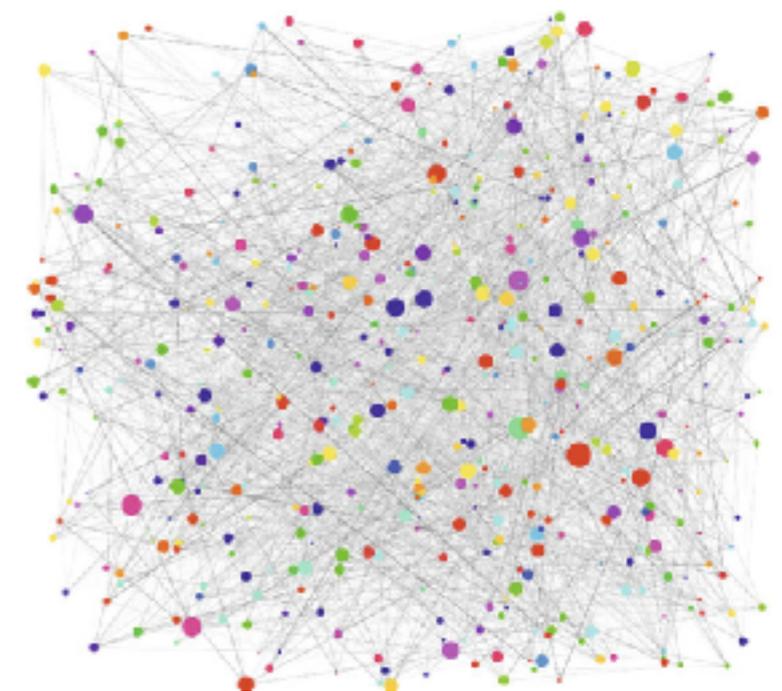
2. 人間や社会のつながり方の特徴：

“複雑ネットワーク”

Chapter 4 Section 4.5
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/1#scientific-impact>
Image 4.11



(物質系のネットワーク)



(ランダムネットワーク)

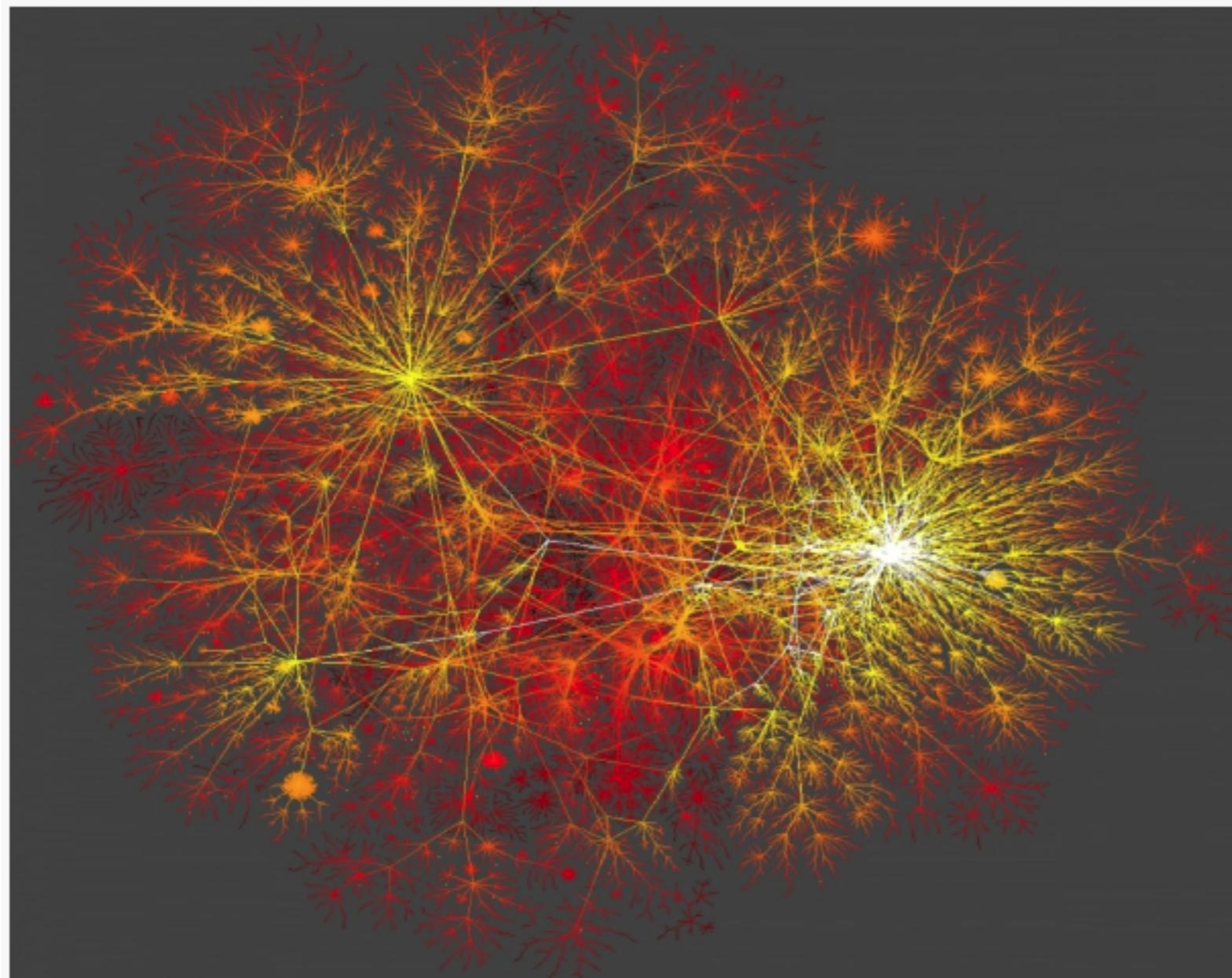


Image 4.9

The topology of the Internet

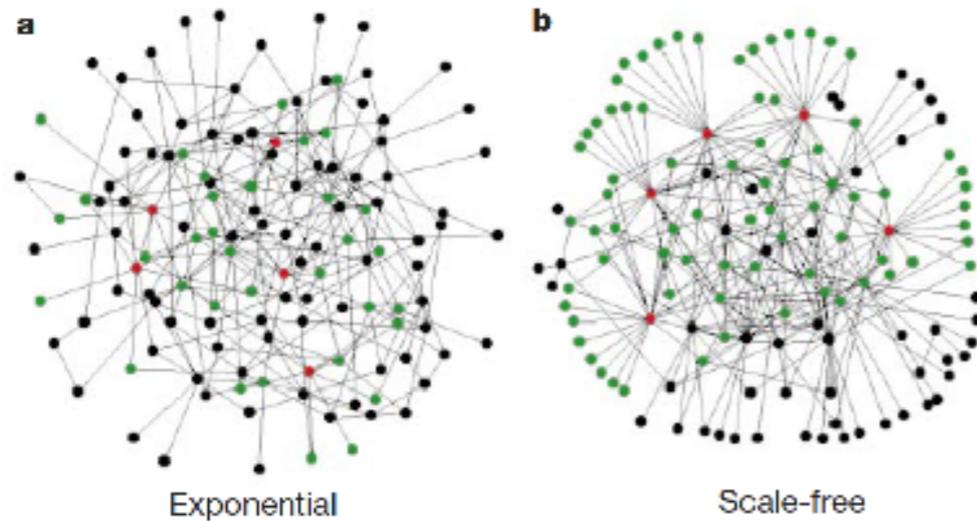
An iconic representation of the Internet topology at the beginning of the 21st century. The image was produced by CAIDA, an organization based at University of California in San Diego, devoted to collect, analyze, and visualize Internet data. The map illustrates the Internet's scale-free nature: A few highly connected hubs hold together numerous small nodes.

インターネットの構造

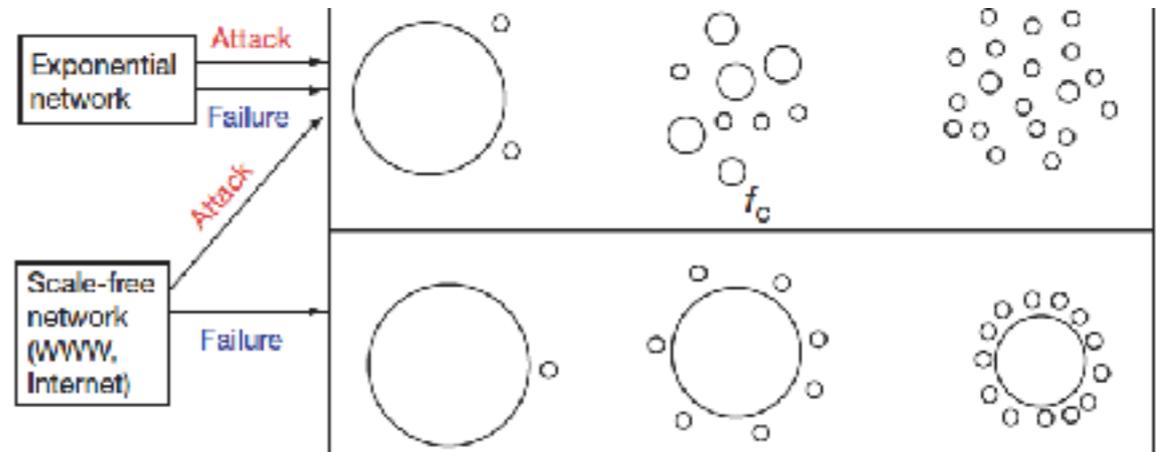
どうつながっているか (ネットワーク構造)

は系の丈夫さを決める基本

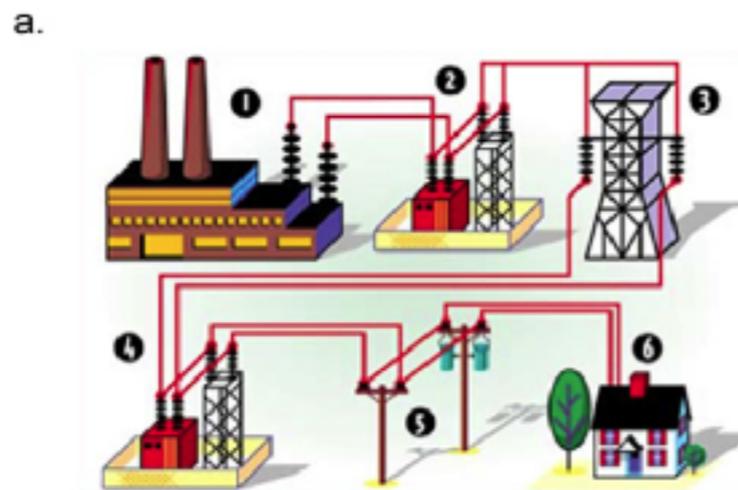
R. Albert, H. Jeong, A.-L. Barabási, "Error and attack tolerance of complex networks",
Nature 406 378-482(2000)
<https://www.nature.com/articles/35019019> Figure 1.



R. Albert, H. Jeong, A.-L. Barabási, "Error and attack tolerance of complex networks",
Nature 406 378-482(2000)
<https://www.nature.com/articles/35019019> Figure 4.



現実の系はスケールフリー性を持つ (他より多くとつながるハブがある)
→ ランダム故障に強いが攻撃に弱い (Nature **406** 378 (2000))



著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

イタリアでの停電モデルの図

Sergey V. Buldyrev, Roni Parshani, Gerald Paul, H. Eugene Stanley & Shlomo Havlin, "Catastrophic cascade of failures in interdependent networks",
Nature 464, 1025(2010)

<https://www.nature.com/articles/nature08932>

chapter 8 Section 8.7
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/8#buildin-robustness>
Image 8.26

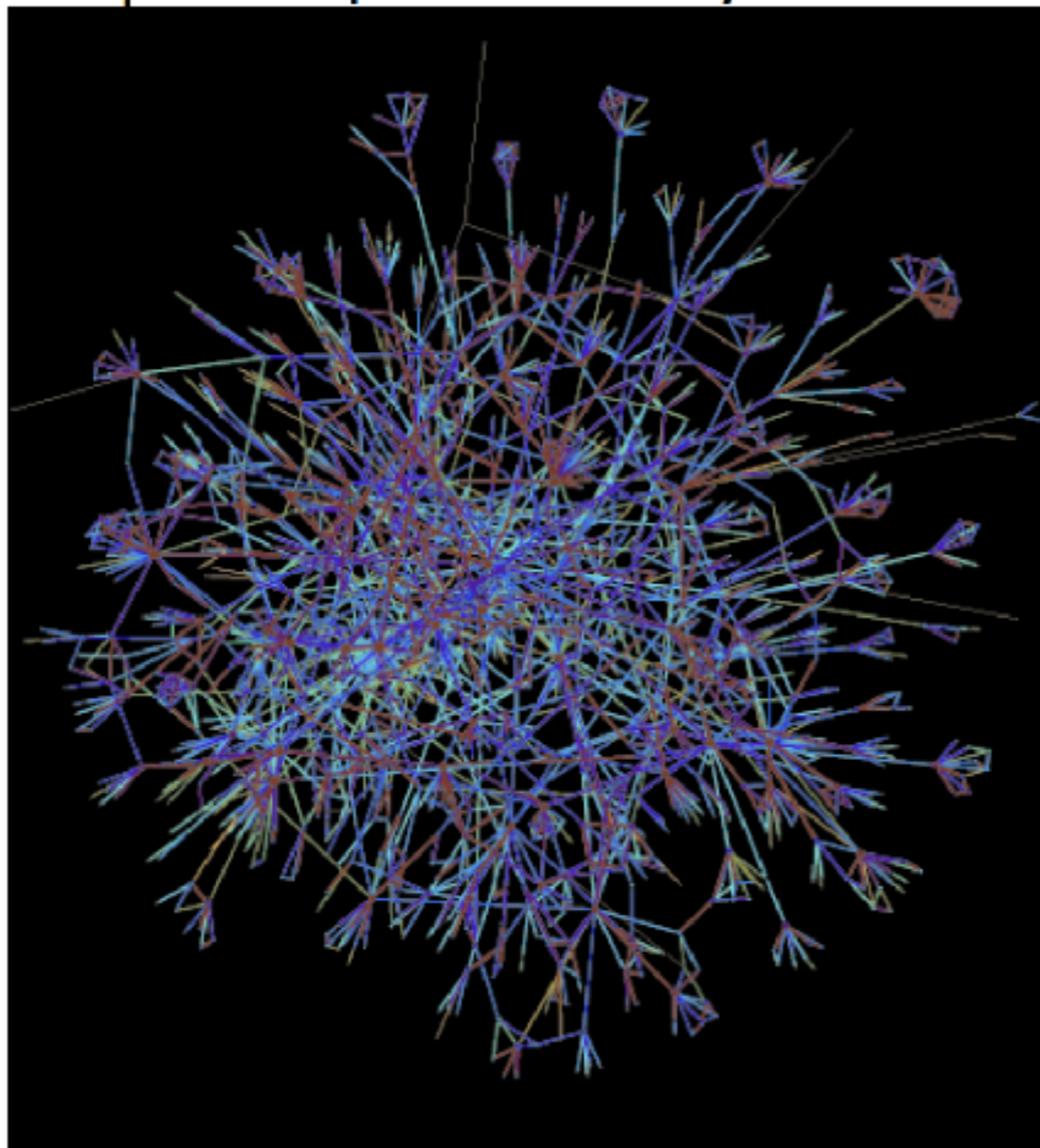
現実の系 (電力網など) は、相互依存したネットワークであることが多い
→ 大規模故障するときの性質がより悪いかも (Nature **464**, 1025 (2010))

どうつながっているかは 「どう伝わるか」も決める

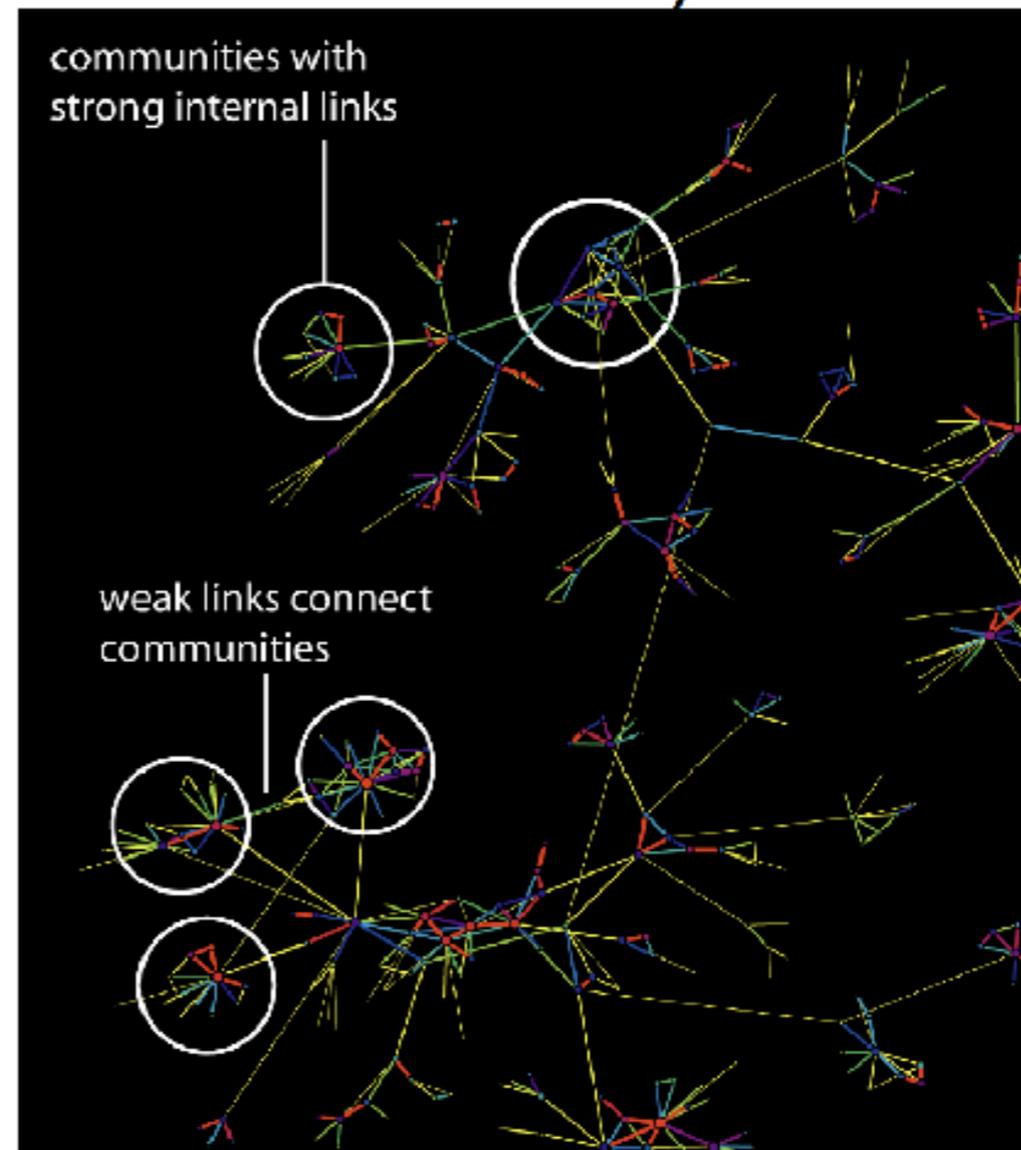
数百万人の携帯電話記録から再構成した知人関係のネットワーク

J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, G. Szabó, D. Lazer, K. Kaski, J. Kertész, and A.-L. Barabási,
"Structure and tie strengths in mobile communication networks", MLG-2008
http://videlectures.net/mlg08_saramaki_sts/ より引用

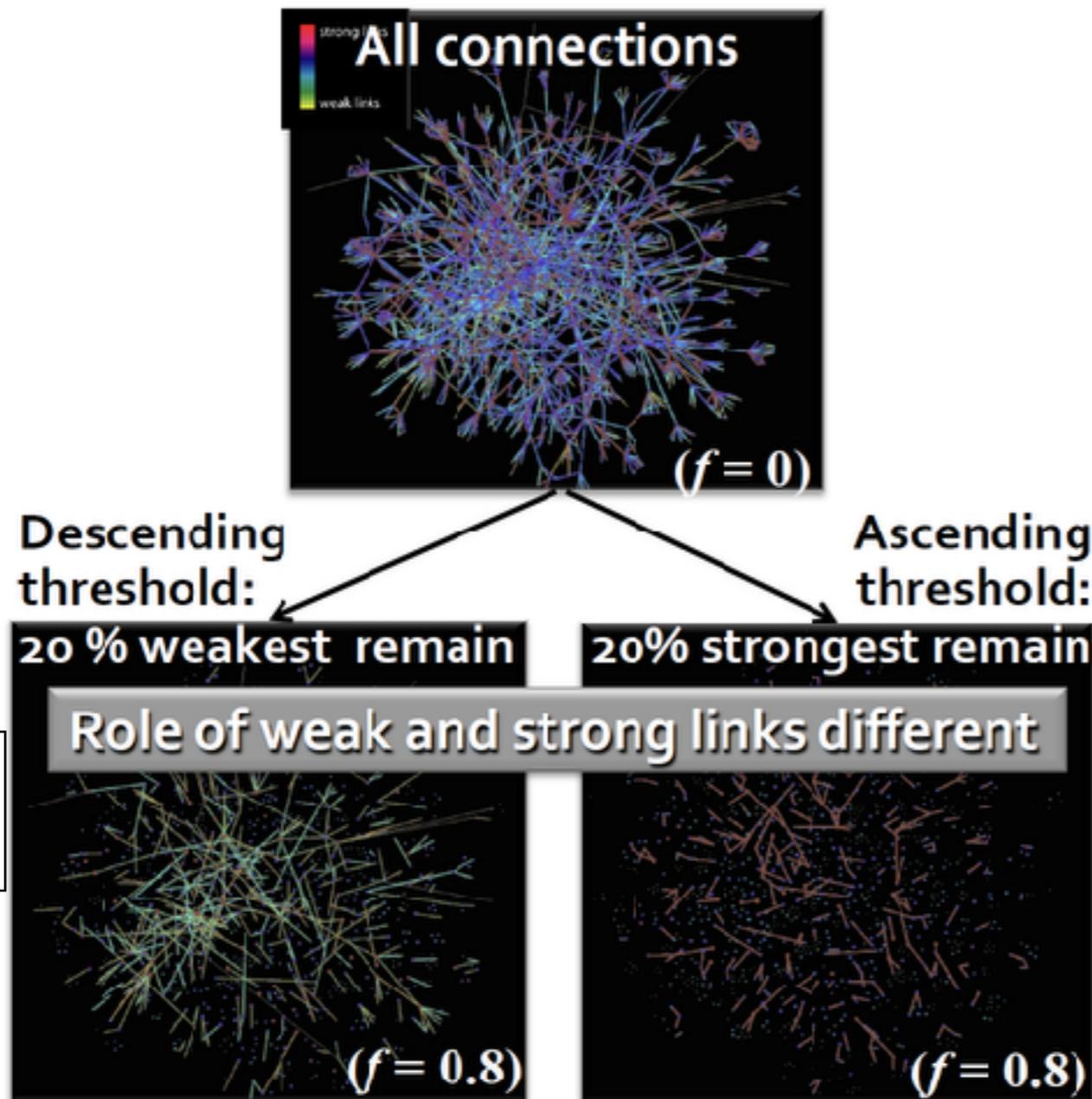
Sample from $4.6 \cdot 10^6$ nodes & $7.0 \cdot 10^6$ links



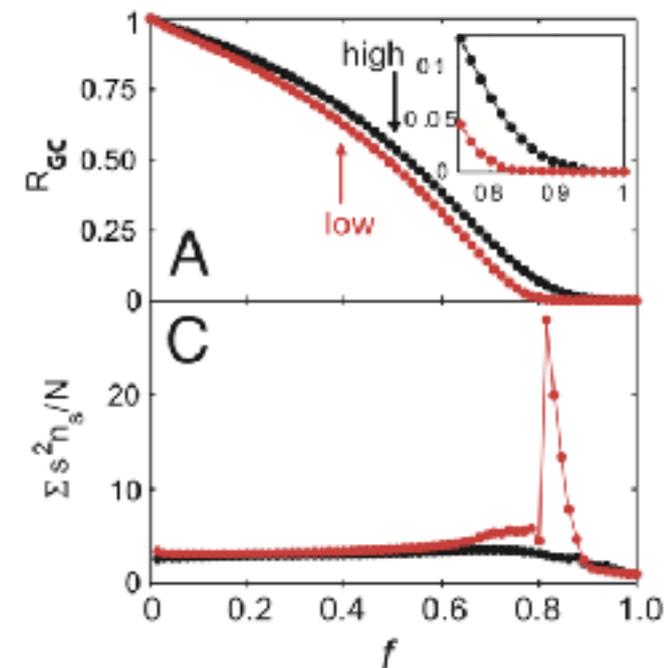
Formation of community structure



社会を繋いでいるのはどんな関係か？



統計物理学の手法で「千切れかた」の特徴が分かる



弱い関係を残した場合

強い関係を残した場合

J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, G. Szabó, D. Lazer, K. Kaski, J. Kertész, and A.-L. Barabási, "Structure and tie strengths in mobile communication networks", MLG-2008 http://videlectures.net/mlg08_saramaki_sts/ より引用

J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, G. Szabó, D. Lazer, K. Kaski, J. Kertész, and A.-L. Barabási, "Structure and tie strengths in mobile communication networks", PNAS May 1, 2007 104(18) 7332-7336 より引用
Copyright (2007) National Academy of Sciences <https://doi.org/10.1073/pnas.0610245104> Fig.3.

社会学：“弱い紐帯の強み” (M. Granovetter (1973))