

クレジット:

UTokyo Online Education 数理手法Ⅶ 2019 北川源四郎

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限ってページ単位で利用することができます。特に記載のない限り、本講義資料はページ単位でクリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下に提供されています。

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。



時系列解析 (10)

－季節調整モデル: 成分分解による情報抽出－

東京大学 数理・情報教育研究センター
北川 源四郎

概要

1. 時系列の多成分分解
2. 季節調整モデル
 - 2-1. 標準的季節調整モデル
 - 2-2. 循環変動成分
 - 2-3. 曜日効果成分
3. 地震波の分離抽出
4. 地下水位データからの地震の影響検出
5. 海底地震計データによる地下構造探査（予備）

時系列の多成分分解

$$y_n = z_n^1 + \cdots + z_n^k + w_n$$

y_n : 時系列

z_n^j : 成分系列

w_n : 観測ノイズ

- 例 1. 経済データ . . . 季節調整
- 2. 地震データ . . . 常微動, P波, S波等への分解
- 3. 地下水位データ . . . 気圧, 潮汐等の影響への分解

合成モデルの状態空間表現 (再掲)

成分モデル
($i=1, \dots, k$)

$$x_{ni} = F_i x_{n-1,i} + G_i v_{ni} \quad v_{ni} \sim N(0, Q_{ni})$$
$$y_n = H_i x_{ni} + w_{ni} \quad w_{ni} \sim N(0, R_{ni})$$

$$x_n = \begin{bmatrix} x_{n1} \\ \vdots \\ x_{nk} \end{bmatrix} \quad v_n = \begin{bmatrix} v_{n1} \\ \vdots \\ v_{nk} \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} F_1 & & \\ & \ddots & \\ & & F_k \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} G_1 & & \\ & \ddots & \\ & & G_k \end{bmatrix}$$
$$H = \begin{bmatrix} H_1 & \cdots & H_k \end{bmatrix}$$

合成モデル

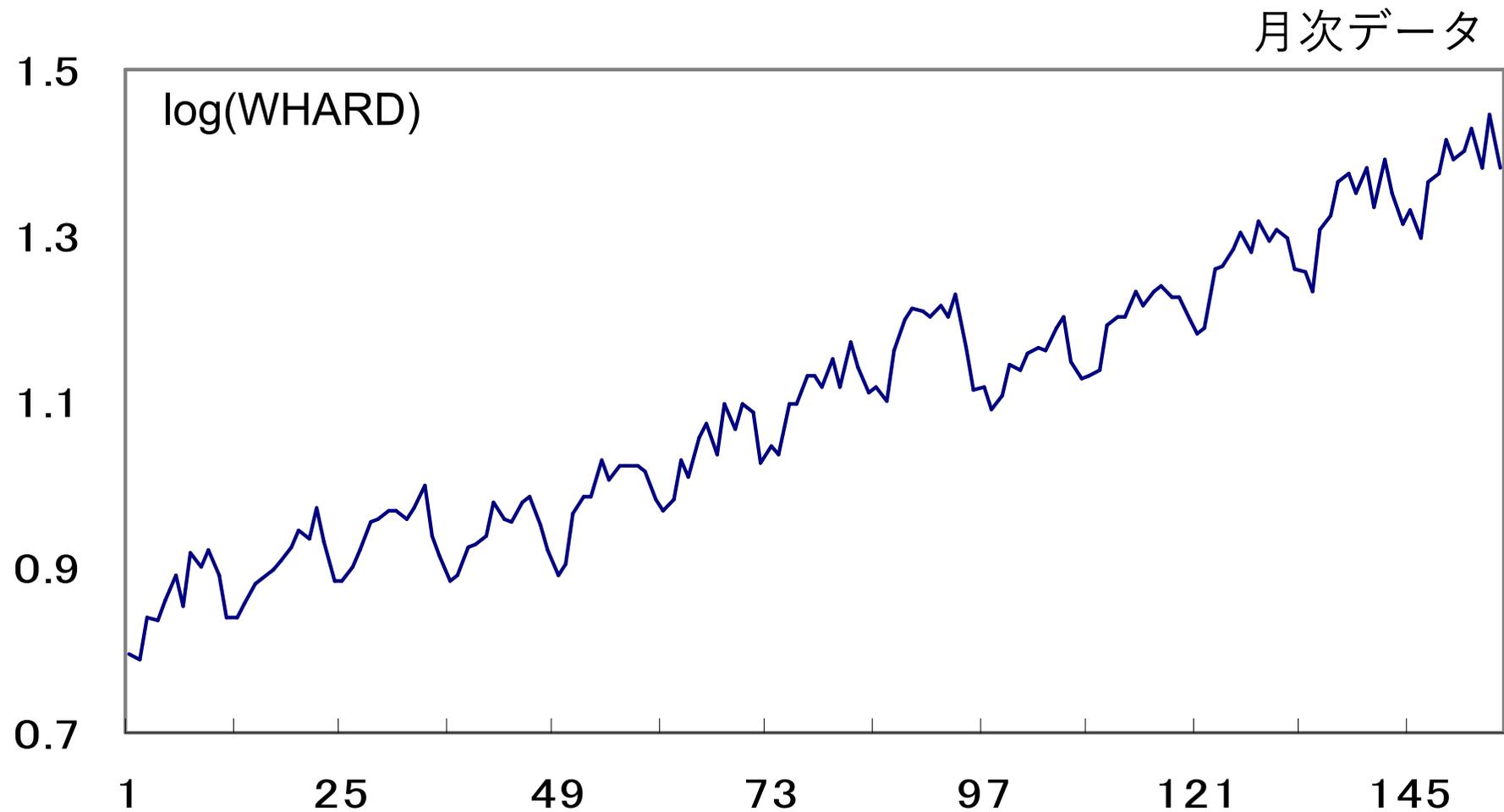
$$x_n = Fx_{n-1} + Gv_n \quad v_n \sim N(0, Q_n) \quad Q_n = \begin{bmatrix} Q_{n1} & & \\ & \ddots & \\ & & Q_{nk} \end{bmatrix}$$
$$y_n = Hx_n + w_n \quad w_n \sim N(0, R_n)$$

$$y_n = H_1 x_{n1} + \cdots + H_k x_{nk} + w_n \quad \text{時系列の成分分解に利用できる}$$

成分分解の標準的手続き

1. 観測データの構成を考える
2. 成分モデルを作る
3. 合成モデルを構成・推定
4. モデル比較：最適モデルの選択
5. モデル改善の検討（残差のチェックなど）。
1に戻る

季節調整とは



何らかの原因で特定の周期で繰り返す成分を除去して本質的な現象を抽出する方法

観測モデル

$$y_n = t_n + s_n + w_n$$

y_n : 観測値

t_n : トレンド成分

s_n : 季節成分

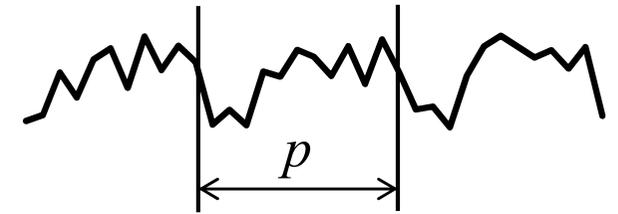
w_n : 不規則成分 (ノイズ)

非定常時系列をいくつかの成分に分解する方法

- 合成モデルによる成分分解
- 本質的な変動を抽出する
- 予測精度を向上させる

季節成分モデル

p : 周期



完全な周期

$$s_n = s_{n-p} \Rightarrow (1 - B^p)s_n = 0$$

擬似的周期

$$s_n \cong s_{n-p} \Rightarrow (1 - B^p)s_n = u_n$$

$$s_n = s_{n-p} + u_n, \quad u_n \sim N(0, \tau^2)$$

$$(1 - B^p)s_n = u_n$$

状態空間表現

$$x_n = \begin{bmatrix} s_n \\ s_{n-1} \\ \vdots \\ s_{n-p+1} \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} & & & 1 \\ 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$H = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

2次の季節成分モデル

$$(s_n - s_{n-p})^2 = u_n$$

$$s_n = 2s_{n-p} - s_{n-2p} + u_n$$

季節調整モデル

$$\begin{aligned}y_n &= t_n + s_n + w_n \\(1-B)^k t_n &= v_n \\(1-B^p)s_n &= u_n\end{aligned}$$

- 実際には、このモデルはうまく機能しない
- $1-B$ を共通の因子として含むため

$$1-B^p = (1-B)(1+B+\cdots+B^{p-1})$$

$(1-B)e_n = 0$ 任意の解を $e_n = c$ とするとき

$$t'_n = t_n + c$$

$$s'_n = s_n - c$$

$$y_n = t_n + s_n + w_n = t'_n + s'_n + w_n$$

季節成分モデル（共通因子の除去）

$$1 - B^p = (1 - B)(1 + B + \dots + B^{p-1})$$

$$1 + B + \dots + B^{p-1} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - B^p = 0$$

$$(1 + B + \dots + B^{p-1})s_n = u_n$$

$$s_n = -(s_{n-1} + \dots + s_{n-p+1}) + u_n$$

季節成分モデルの状態空間表現

$$x_n = \begin{bmatrix} s_n \\ s_{n-1} \\ \vdots \\ s_{n-p+2} \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} -1 & -1 & \dots & -1 \\ 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

季節調整モデル (基本型)

$$y_n = t_n + s_n + w_n$$

$$\Delta^k t_n = v_n$$

$$s_n = -(s_{n-1} + \cdots + s_{n-p+1}) + u_n$$

$$w_n \sim N(0, \sigma^2)$$

$$v_n \sim N(0, \tau_1^2)$$

$$u_n \sim N(0, \tau_2^2)$$

季節調整モデルの状態空間表現（合成モデル）

$$\begin{aligned}x_n &= F x_{n-1} + G v_n \\y_n &= H x_n + w_n\end{aligned}$$

$k=2, p=4$ の場合 $x_n = [t_n, t_{n-1} | s_n, s_{n-1}, s_{n-2}]^T$

$$F = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$H = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]$$

- パラメータ推定

$$\theta = [\tau_1^2, \tau_2^2, \sigma^2]^T$$

$$\ell(\hat{\theta}) = \max_{\theta} \ell(\theta)$$

- 次数選択

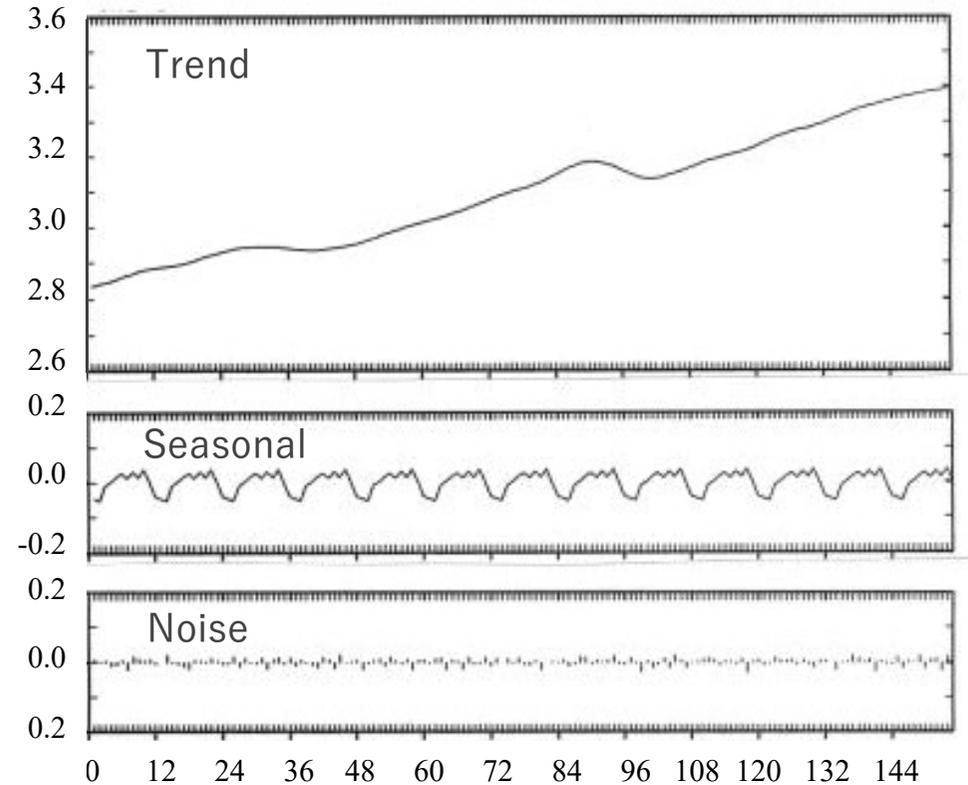
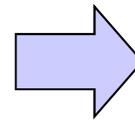
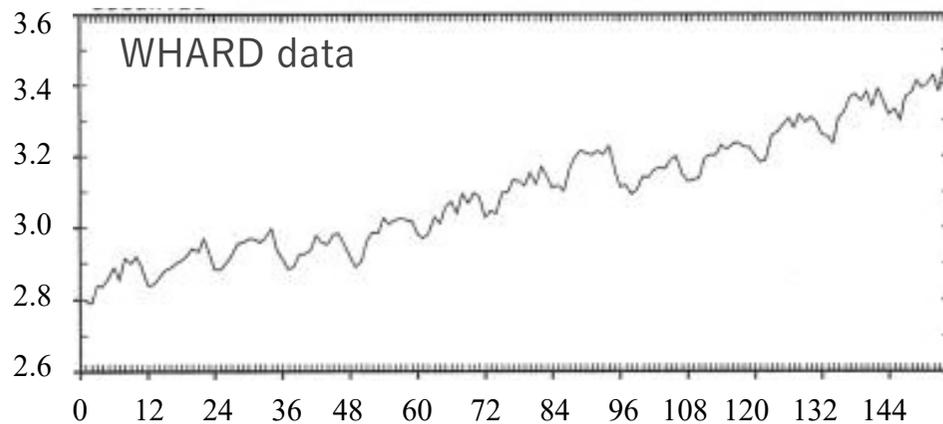
$$\text{AIC} = -2\ell(\hat{\theta}) + 2(\text{パラメータ数})$$

- モデル選択

トレンド
季節成分
循環変動
曜日効果

季節調整 (WHARDデータ)

観測値 = トレンド + 季節成分 + 偶然変動



$$k = 2, \quad p = 12$$

$$\hat{\sigma}^2 = 0.156 \times 10^{-3}$$

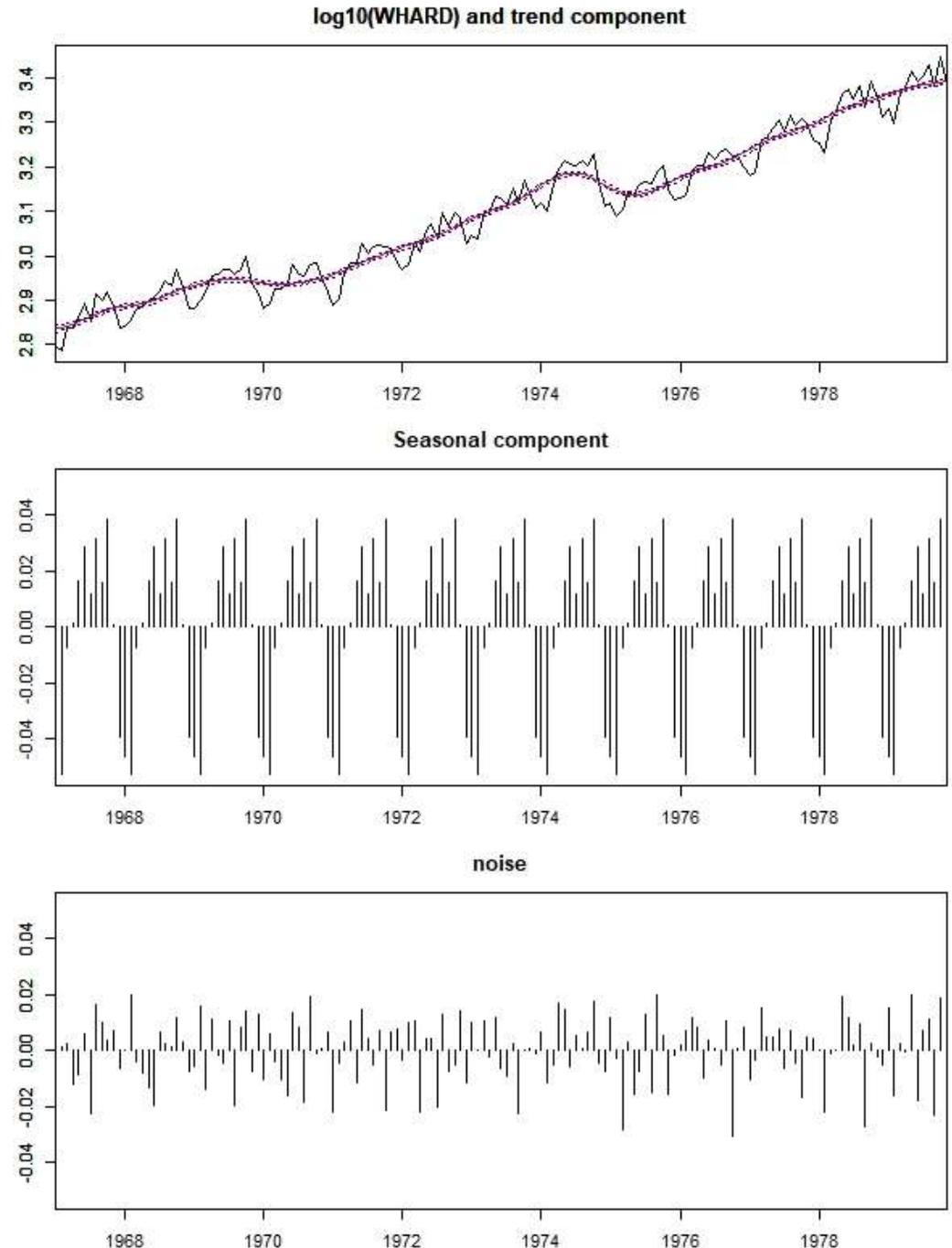
$$\hat{\tau}_1^2 = 0.0248$$

$$\hat{\tau}_2^2 = 0.11 \times 10^{-7}$$

R による計算 (WHARD data)

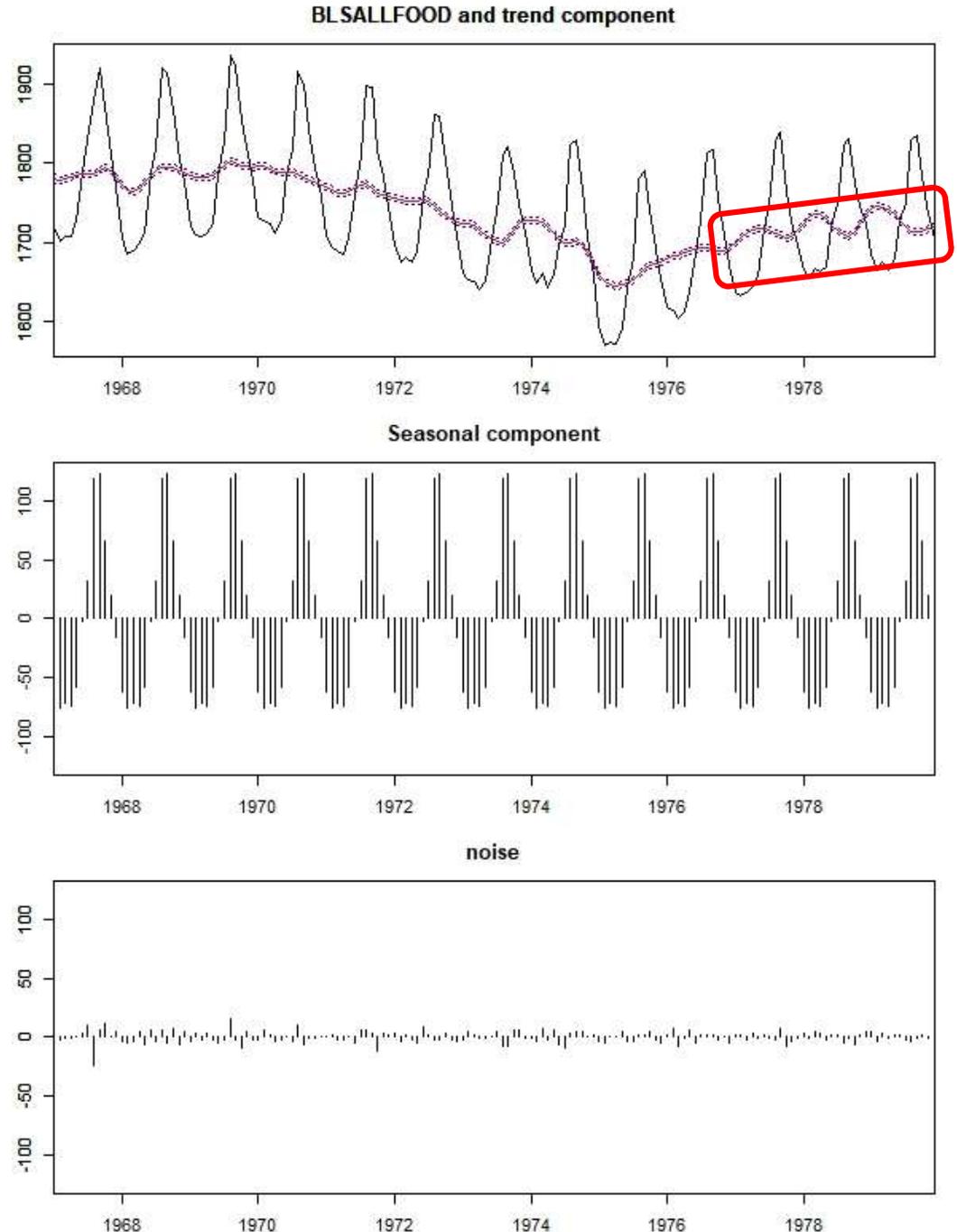
```
season(WHARD, trend.order = 2, seasonal.order = 1,  
log=TRUE)
```

tau2	2.59353e-02	1.09999e-08
sigma2	1.50169e-04	
log-likelihood	342.532	
aic	-655.065	



Rによる計算 (TSSSパッケージ : season)

```
data(BLSALLFOOD)
season(BLSALLFOOD, trend.order = 2, seasonal.order = 1)
tau2      7.22961e-01  1.10000e-08
sigma2    3.28907e+01
log-likelihood -669.652
aic       1369.304
```



標準的季節調整モデルで問題
が生じた例： データの終盤
でトレンドが波打っている。

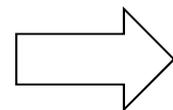
循環変動の抽出

$$y_n = t_n + s_n + p_n + w_n$$

循環変動成分

$$p_n = a_1 p_{n-1} + \cdots + a_m p_{n-m} + r_n$$

トレンド成分より短期的な定常変動成分



ARモデルで表現

季節調整モデル（循環変動成分つき）

$$y_n = t_n + s_n + p_n + w_n$$

$$\Delta^k t_n = v_{1n}$$

$$s_n = -(s_{n-1} + \cdots + s_{n-p+1}) + v_{2n}$$

$$p_n = a_1 p_{n-1} + \cdots + a_m p_{n-m} + v_{3n}$$

$$x_{n3} = \begin{bmatrix} p_n \\ p_{n-1} \\ \vdots \\ p_{n-m+1} \end{bmatrix}, \quad F_3 = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_m \\ 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & & 1 \end{bmatrix}, \quad G_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H_3 = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]$$

状態空間表現

$$\begin{aligned}
 x_n &= F x_{n-1} + G v_n \\
 y_n &= H x_n + w_n
 \end{aligned}$$

$$x_n = [t_n, t_{n-1} \mid s_n, s_{n-1}, \dots, s_{n-10} \mid p_n, p_{n-1}]^T$$

$$F = \begin{bmatrix}
 2 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & -1 & \dots & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_1 & a_2 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0
 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

$$H = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \ 0]$$

Rによる計算 (TSSSパッケージ : season)

```
data(BLSALLFOOD)
```

```
season(BLSALLFOOD, trend.order = 2, seasonal.order = 1)
```

```
tau2          7.22961e-01  1.10000e-08
```

```
sigma2        3.28907e+01
```

```
log-likelihood -669.652
```

```
aic           1369.304
```

```
season(BLSALLFOOD, trend.order = 2, seasonal.order = 1,  
ar.order = 2)
```

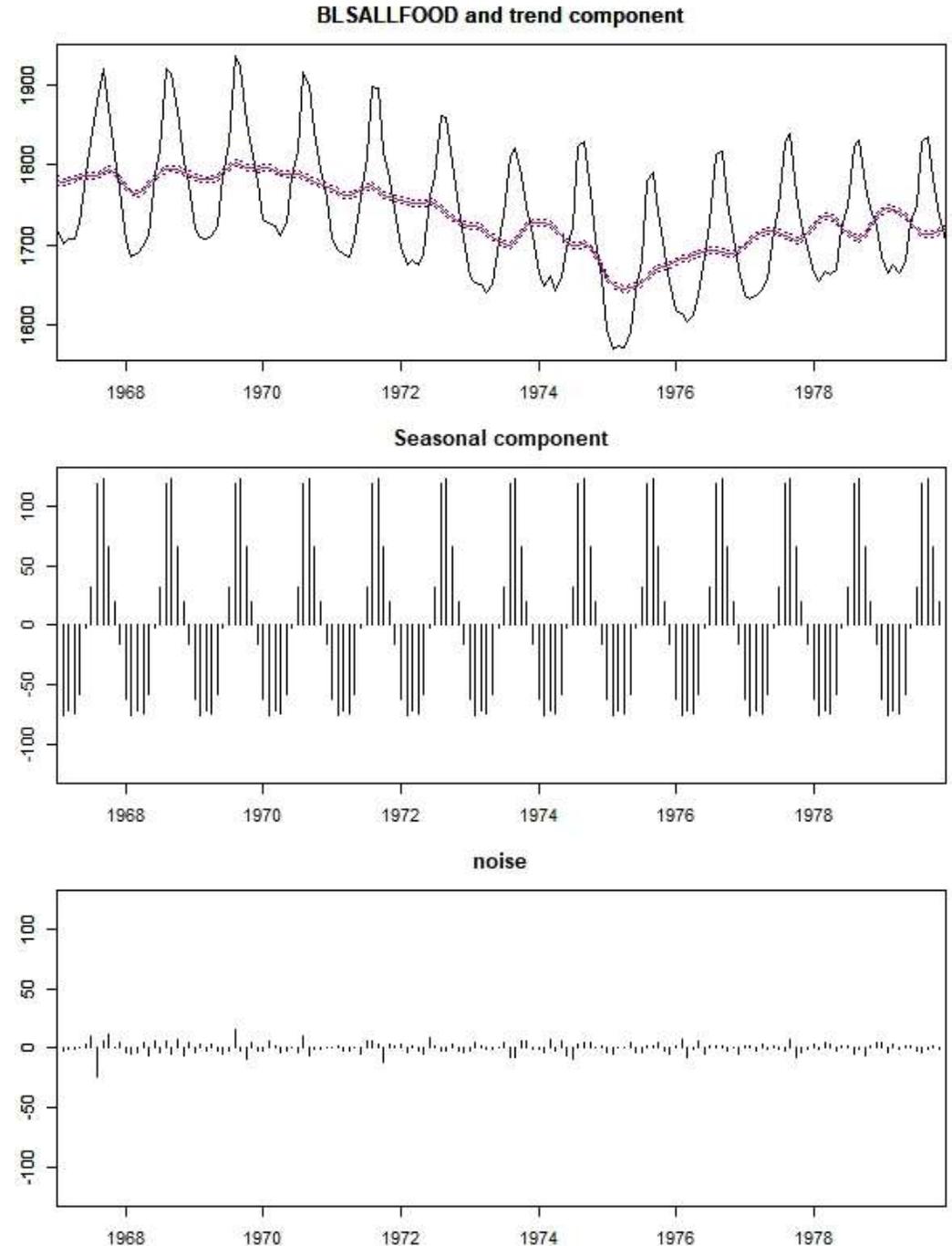
```
tau2          7.22954e-03  1.09977e-08  9.99910e-01
```

```
sigma2        2.70249e+01
```

```
log-likelihood -648.272
```

```
aic           1336.545
```

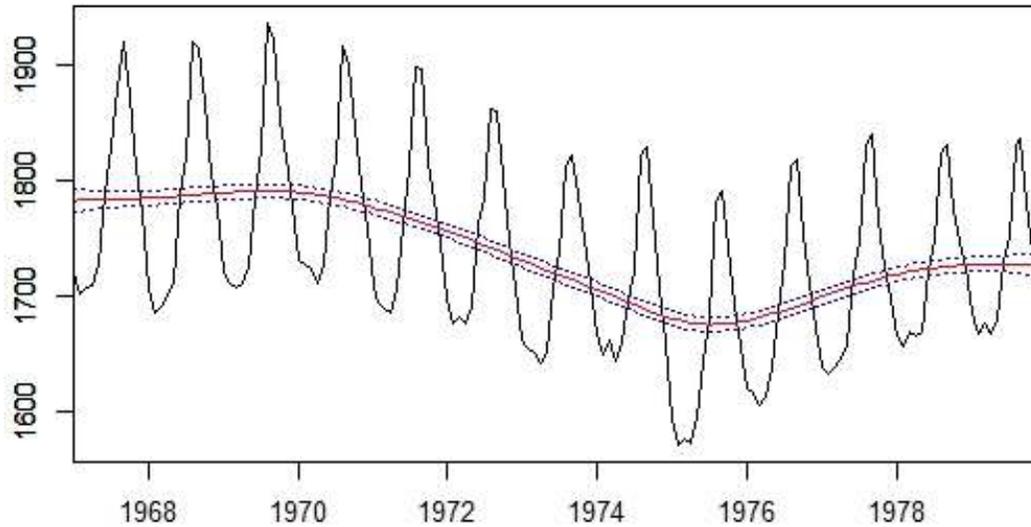
```
$arcoef [1] 1.3579988 -0.5400455
```



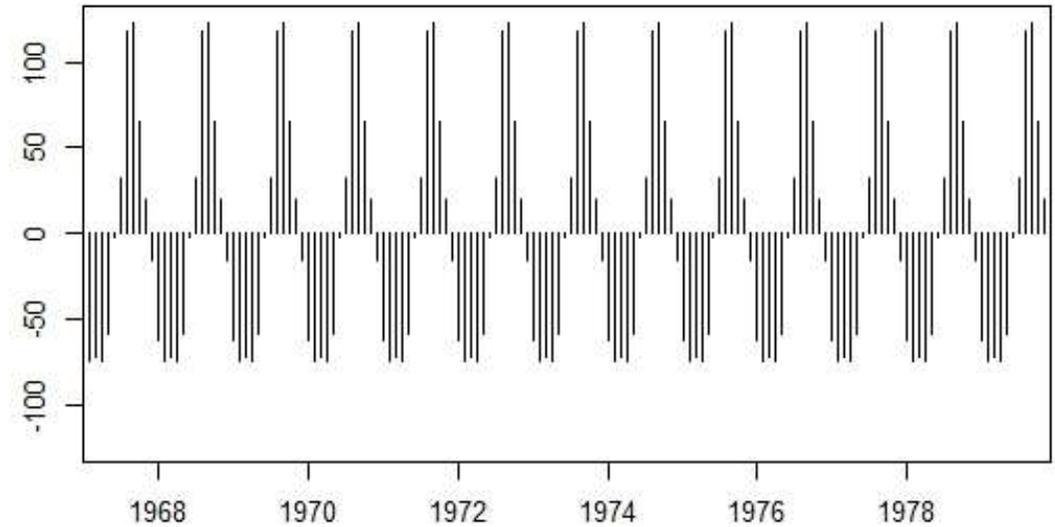
Rによる計算 (ar.order=2)

```
data(BLSALLFOOD)  
season(BLSALLFOOD, trend.order = 2, seasonal.order = 1, ar.order = 2)
```

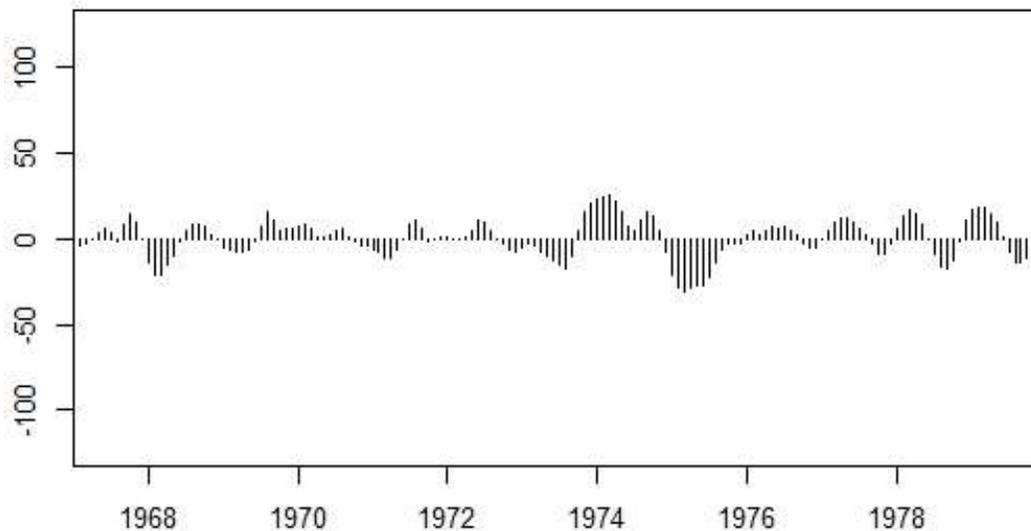
BLSALLFOOD and trend component



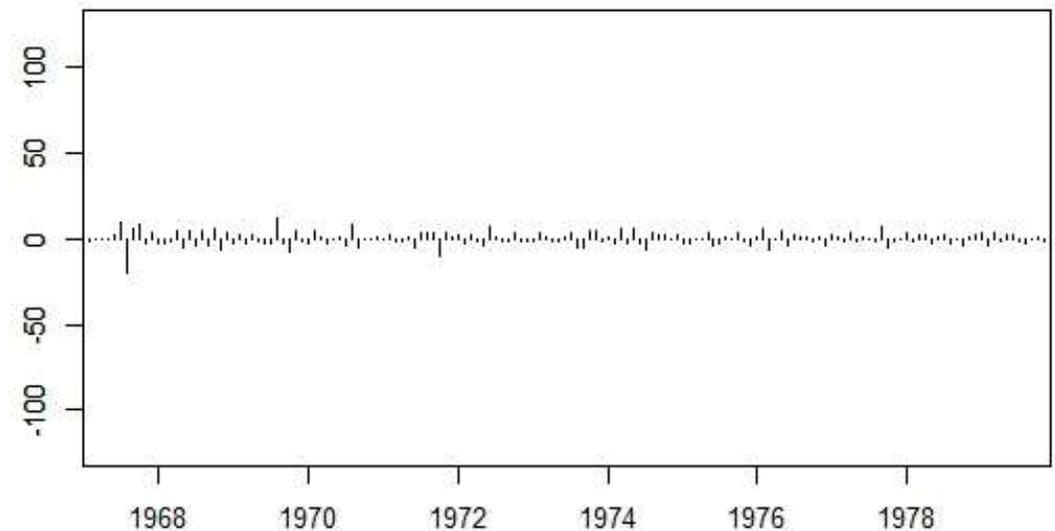
Seasonal component

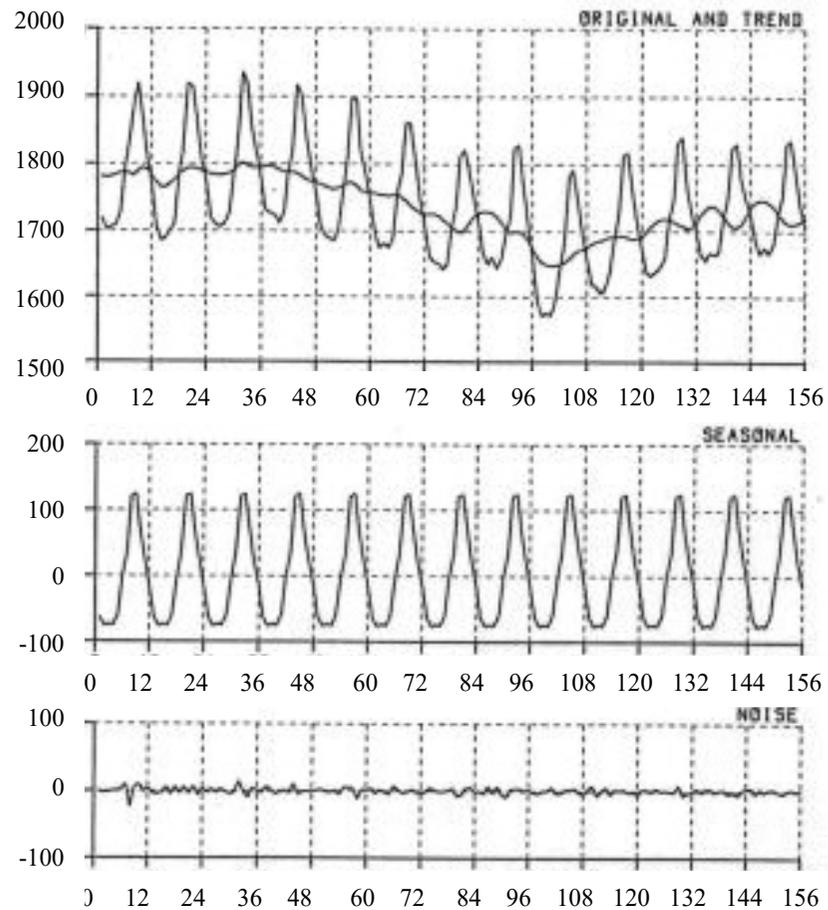


AR component



noise



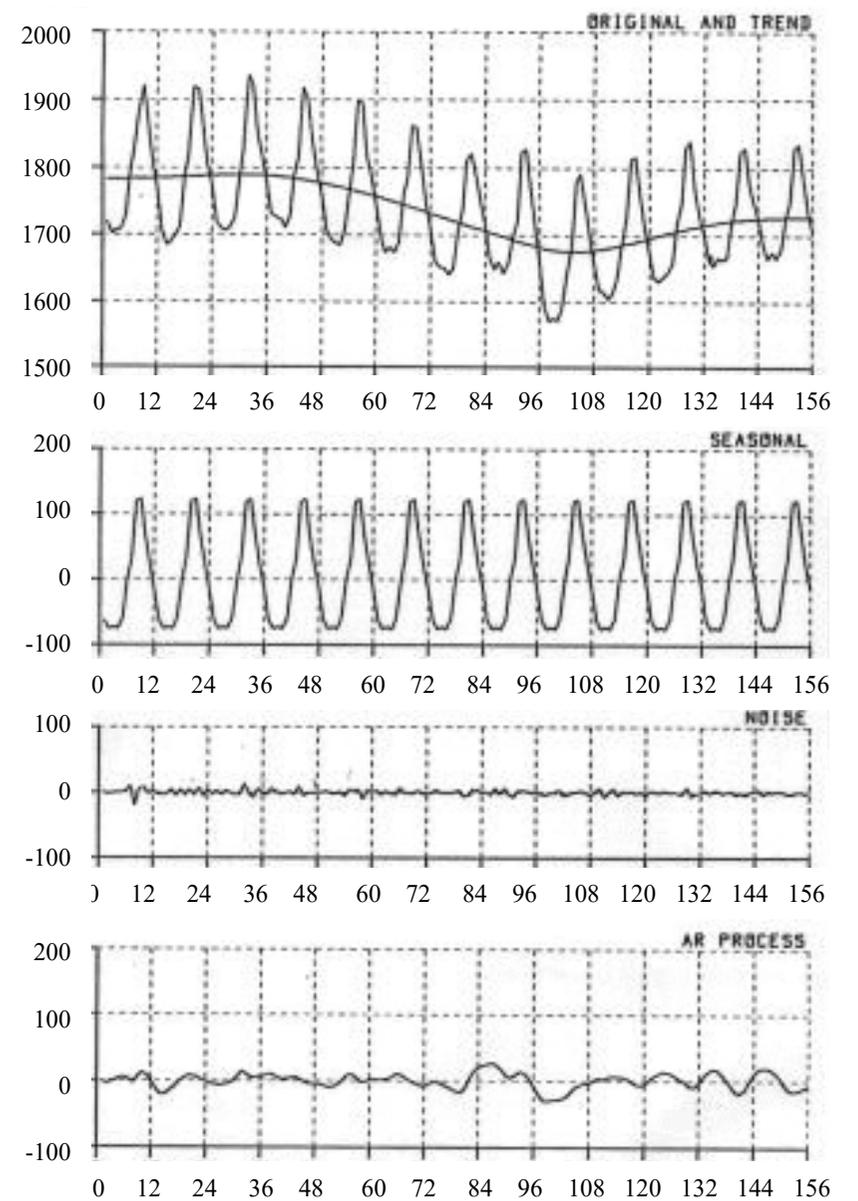


トレンド

季節成分

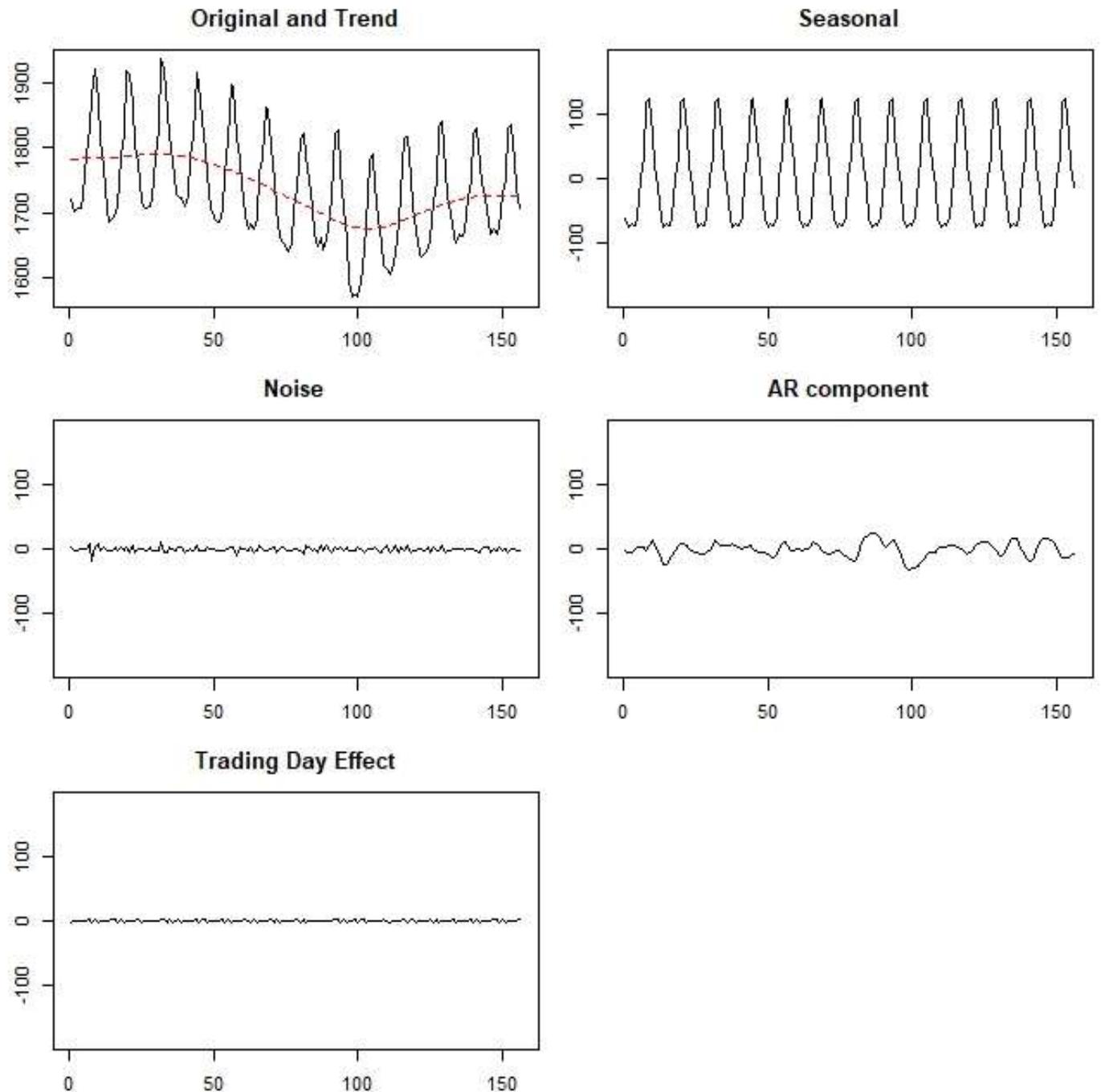
ノイズ成分

循環変動

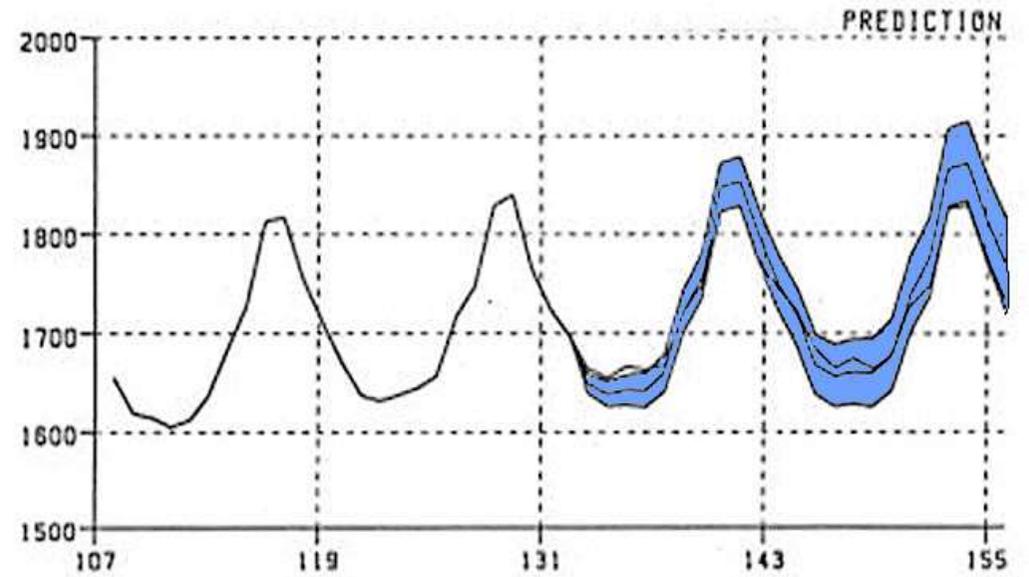
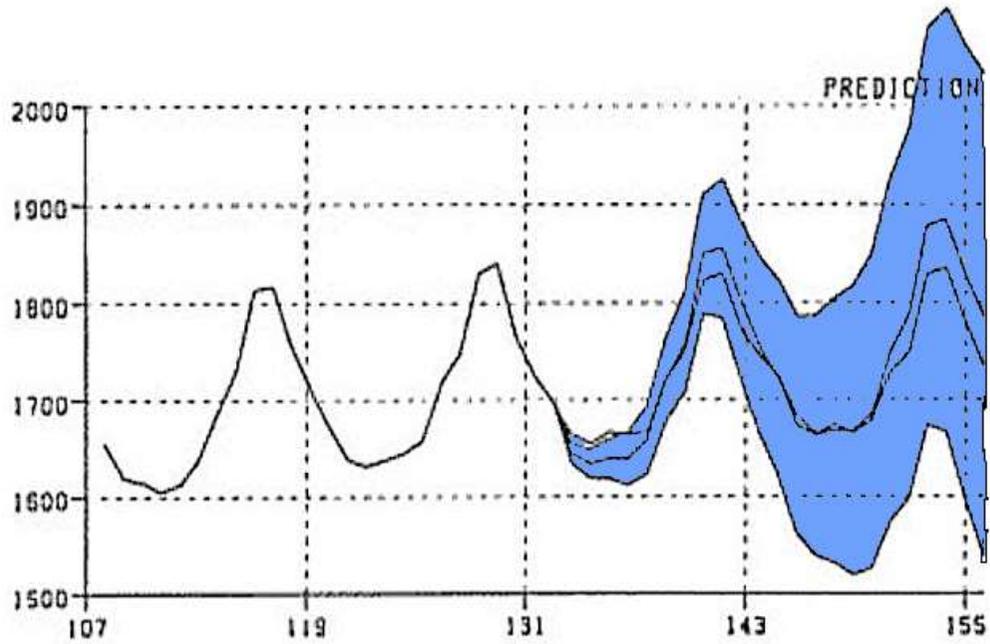


Rの timsacパッケージによる計算

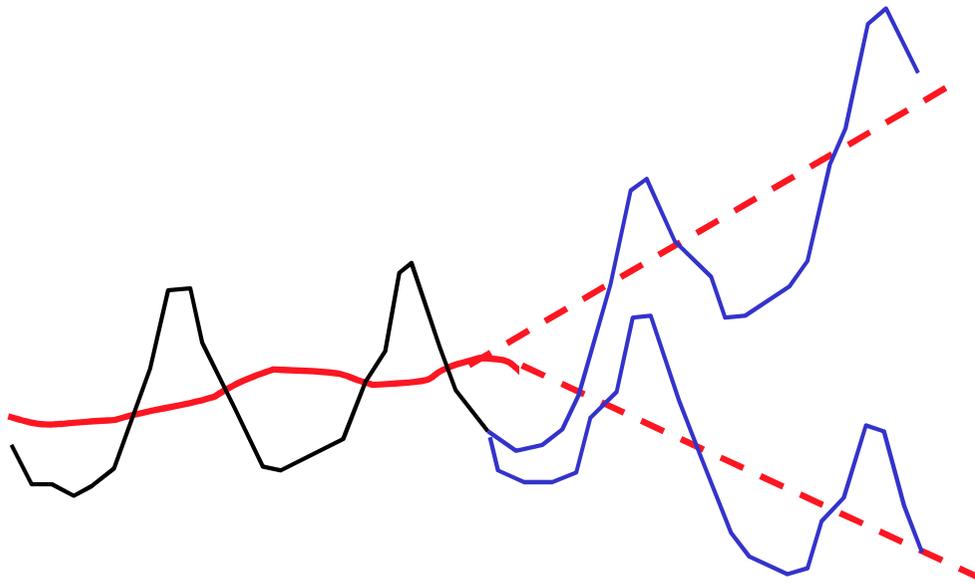
```
data(Blsallfood)  
decomp(Blsallfood, trade = TRUE,  
year = 1973)
```



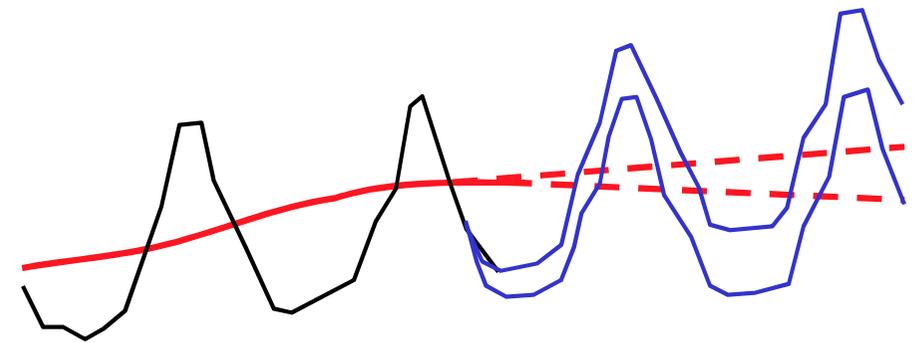
長期予測の精度



長期予測



標準的方法

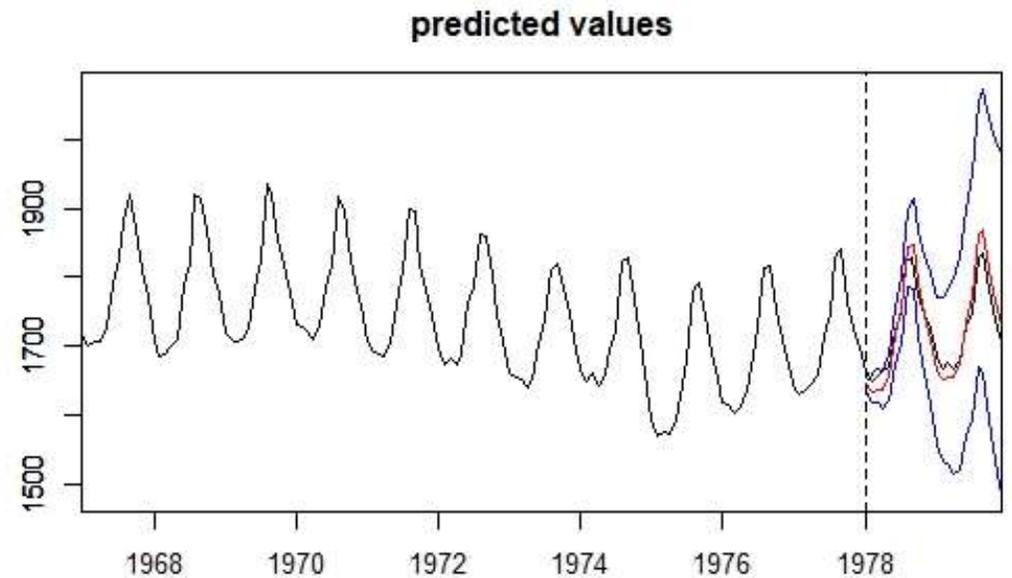
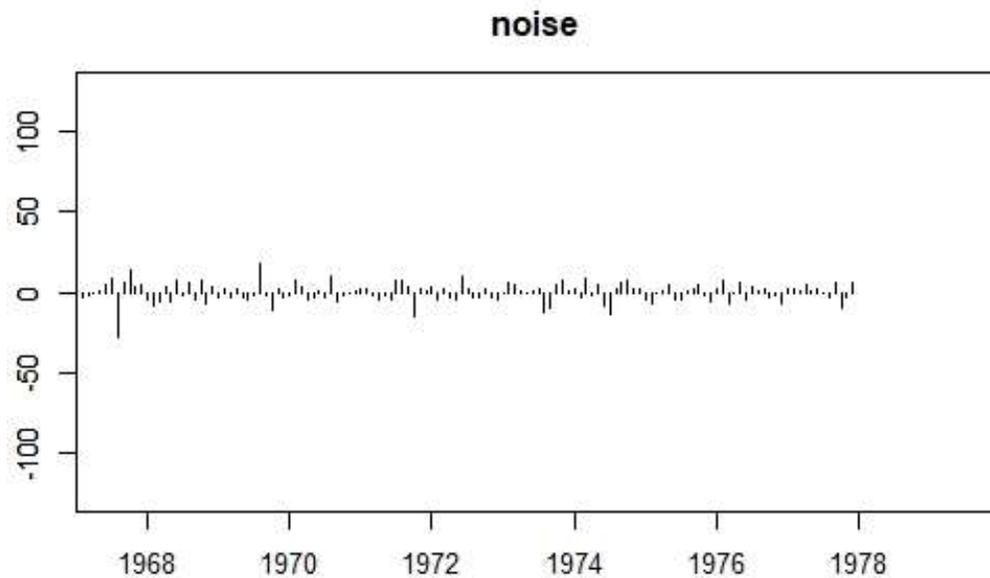
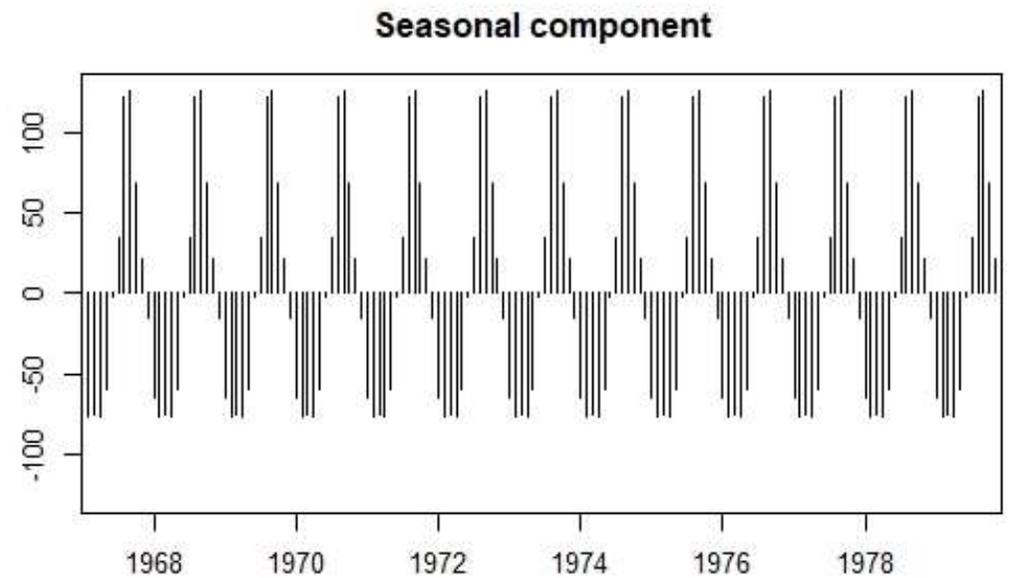
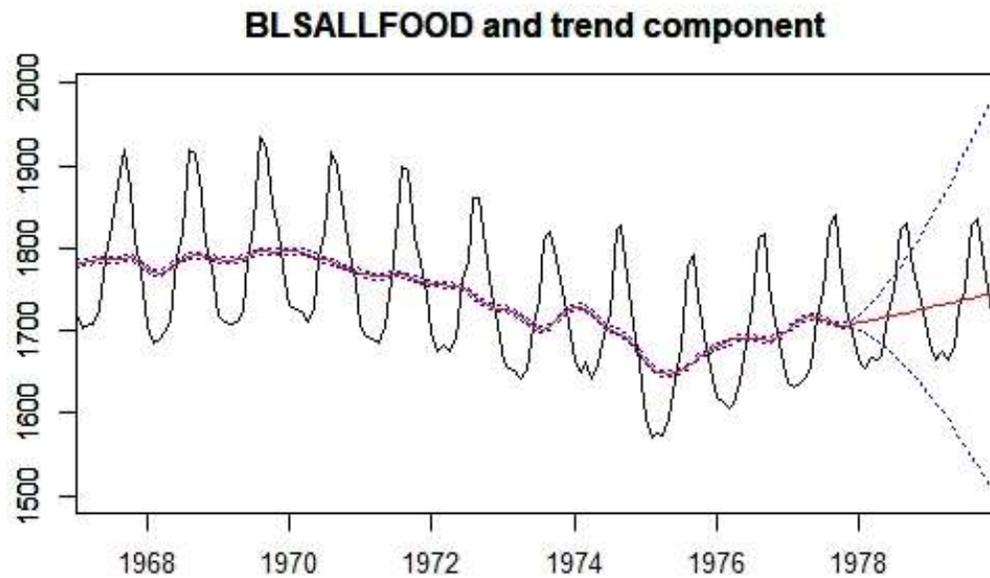


循環変動成分を含む方法

季節成分の予測精度は同じでもトレンドの予測精度が大きく異なる

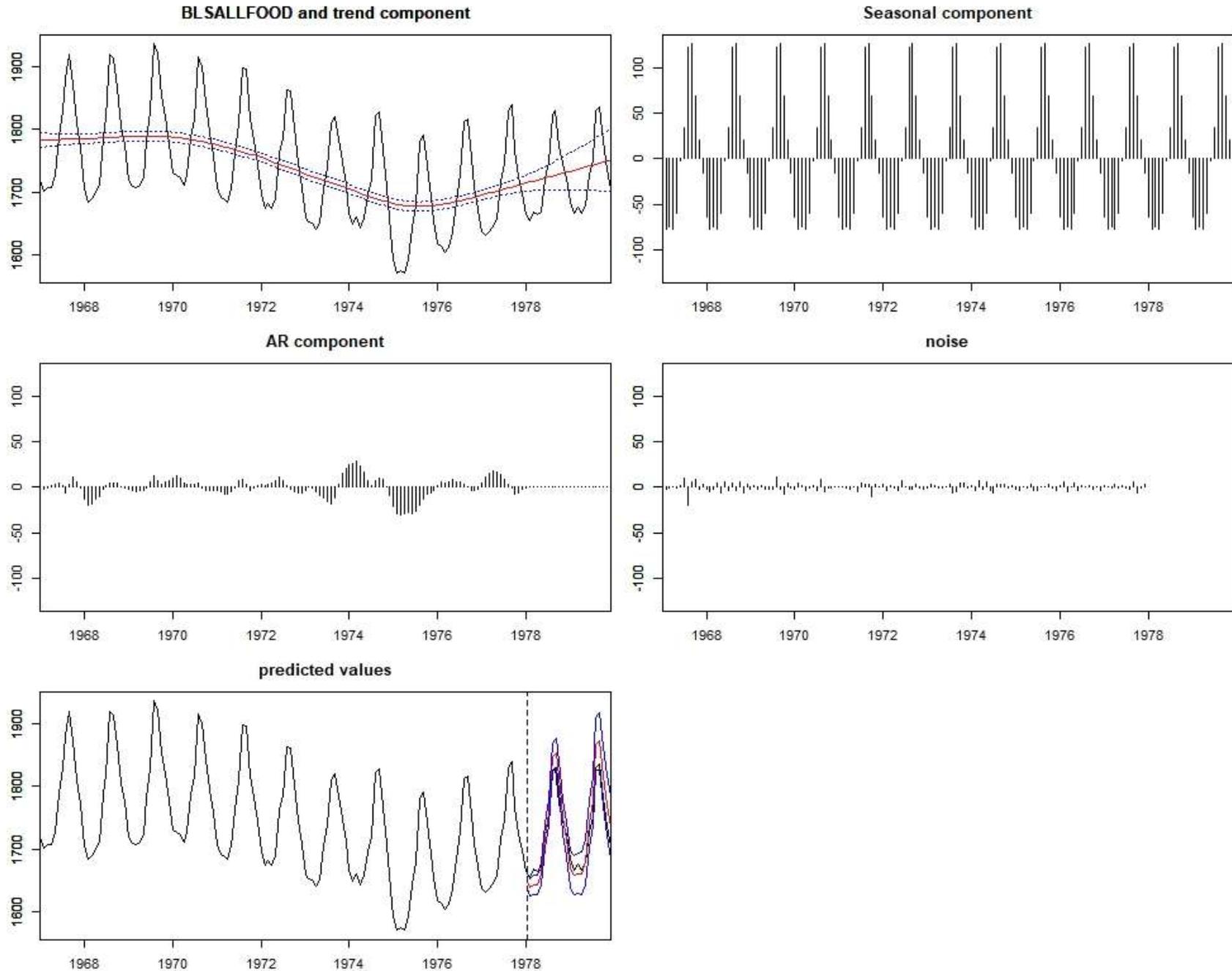
長期予測 ($n=133,156$)

season(BLSALLFOOD, 2, 1, 0, filter=c(1,132))



長期予測 ($n=133,156$)

season(BLSALLFOOD, 2, 1, 2, filter=c(1,132))



曜日効果の検出

$$y_n = t_n + s_n + td_n + w_n$$

曜日効果項

$$td_n = \beta_1 d_{n,1} + \cdots + \beta_7 d_{n,7}$$

$d_{n,j}$ 第 n 月中の j 番目の曜日の数

$d_{n,j}$	日	月	火	水	木	金	土
J	4	5	5	5	4	4	4
F	4	4	4	4	4	4	4
M	4	4	4	4	5	5	5
A	5	5	4	4	4	4	4
M	4	4	5	5	5	4	4
J	4	4	4	4	4	5	5
J	5	5	5	4	4	4	4

$$\beta_1 + \cdots + \beta_7 = 0$$

$$\begin{aligned} td_n &= \beta_1 d_{n,1} + \cdots + \beta_6 d_{n,6} - (\beta_1 + \cdots + \beta_6) d_{n,7} \\ &= \beta_1 (d_{n,1} - d_{n,7}) + \cdots + \beta_6 (d_{n,6} - d_{n,7}) \end{aligned}$$

曜日効果を含む季節調整モデルの状態空間表現

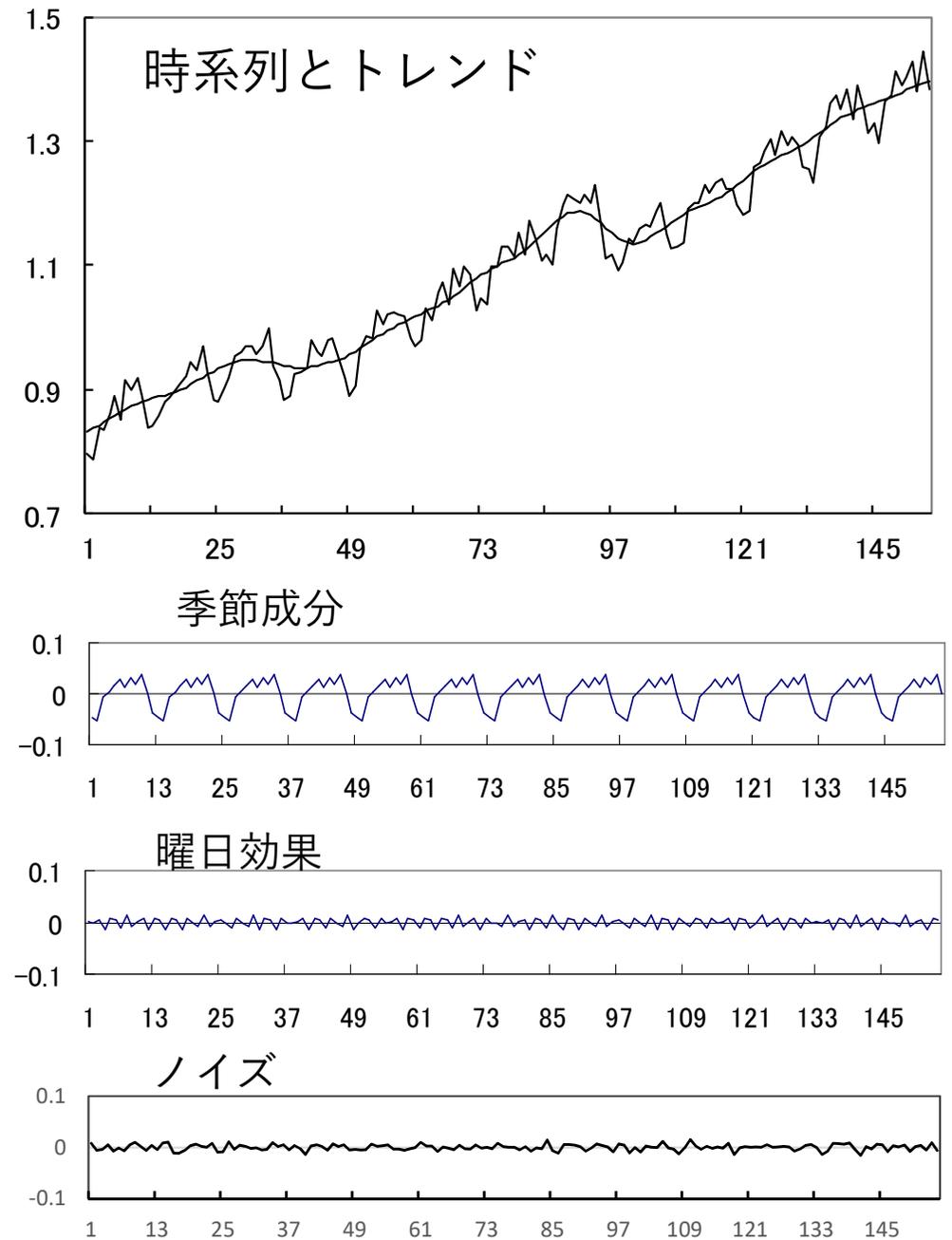
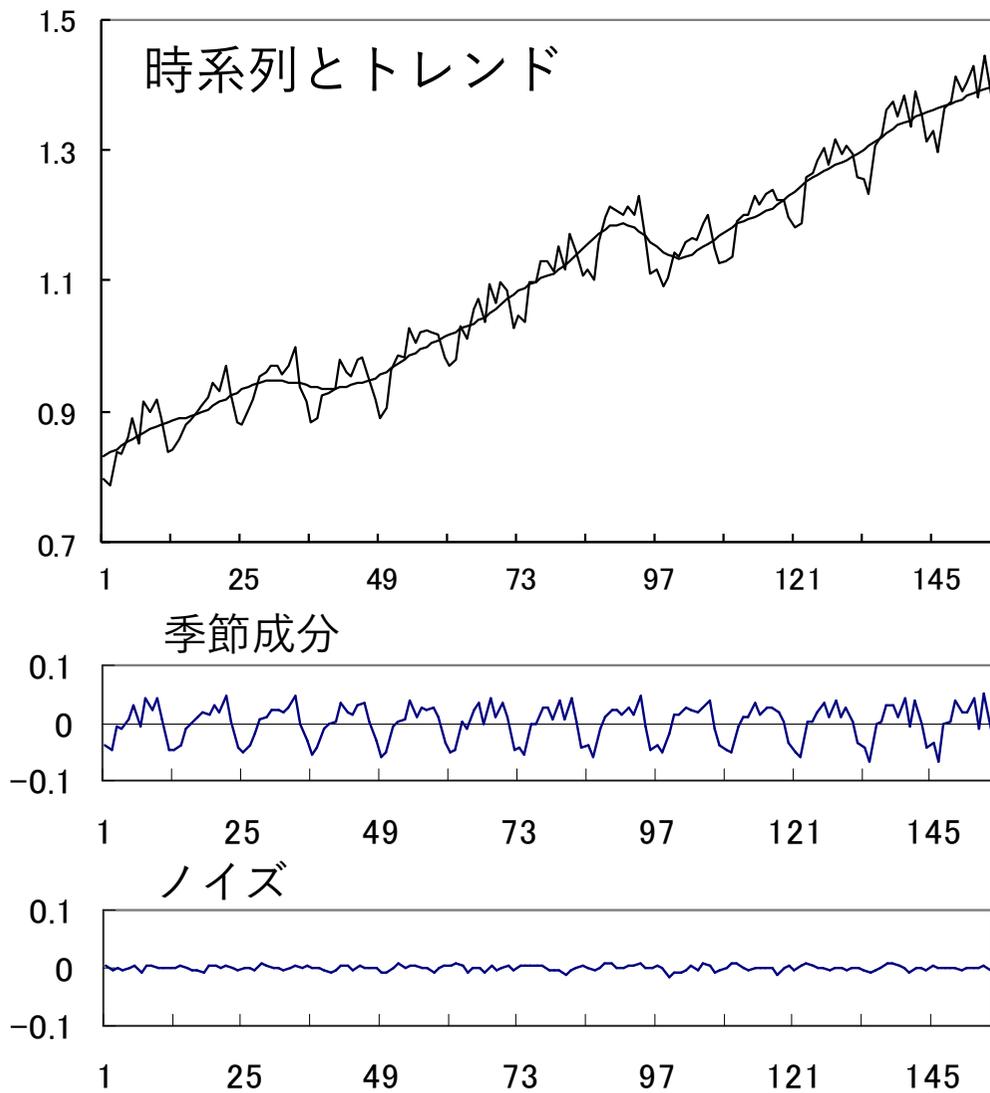
$k=2, p=4, \text{ar.order}=0, \text{trade}=6$ の場合

$$F = \begin{bmatrix} 2 & -1 & & & & & & & \\ 1 & 0 & & & & & & & \\ & & -1 & -1 & -1 & & & & \\ & & 1 & 0 & 0 & & & & \\ & & 0 & 1 & 0 & & & & \\ & & & & & & 1 & 0 & \\ & & & & & & & \ddots & \\ & & & & & & 0 & & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad x_n = \begin{bmatrix} t_n \\ t_{n-1} \\ \hline s_n \\ s_{n-1} \\ s_{n-2} \\ \hline \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_6 \end{bmatrix}$$

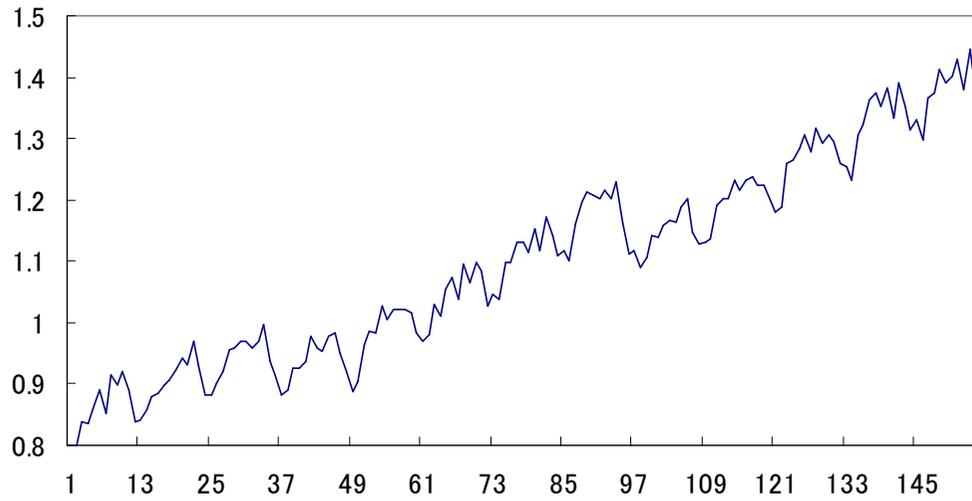
$$H = \left[1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad d_1^* \quad \cdots \quad d_6^* \right], \quad d_j^* = d_j - d_7$$

曜日調整なし

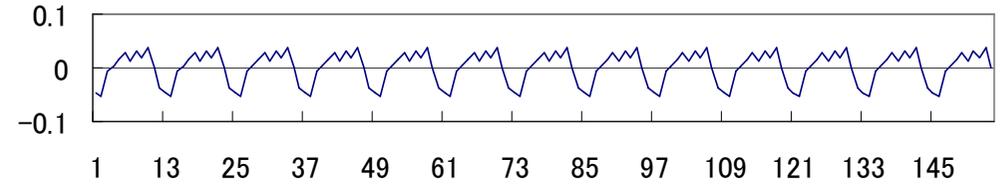
曜日調整つき



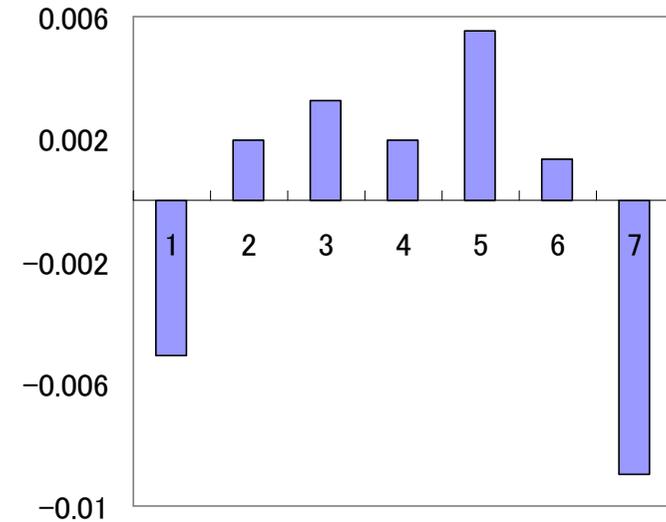
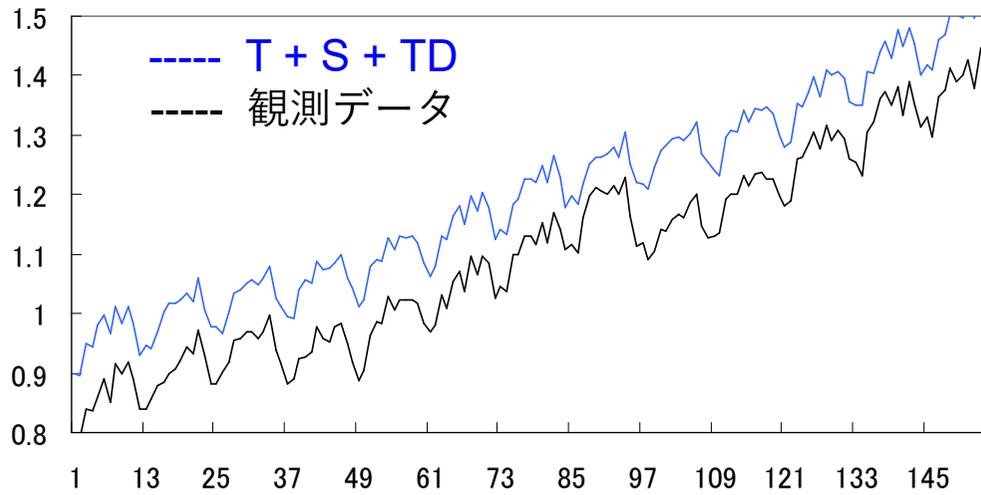
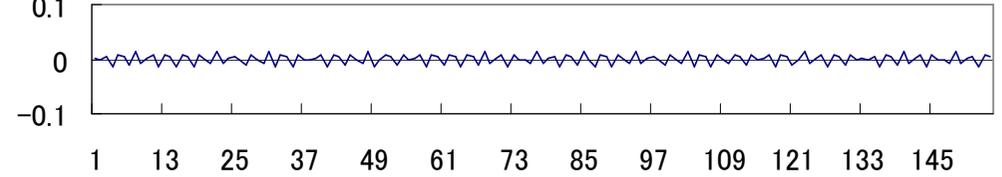
曜日調整



S: 季節成分



TD: 曜日効果



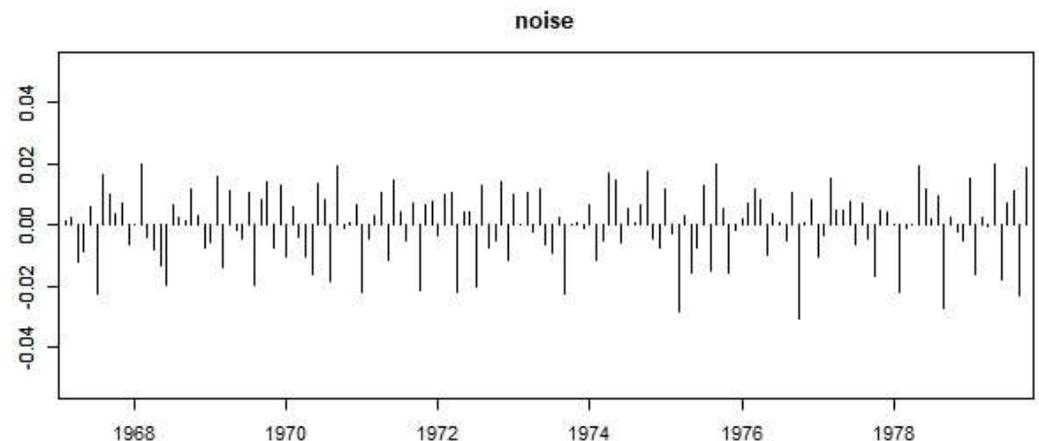
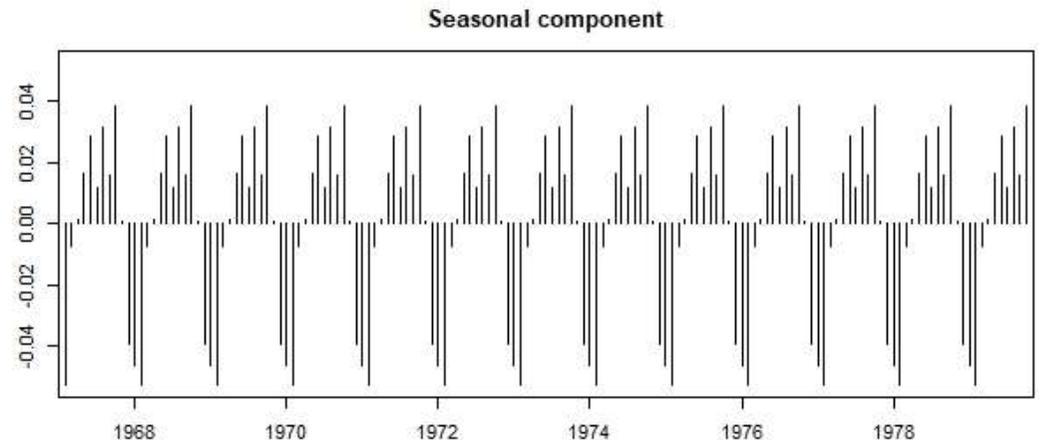
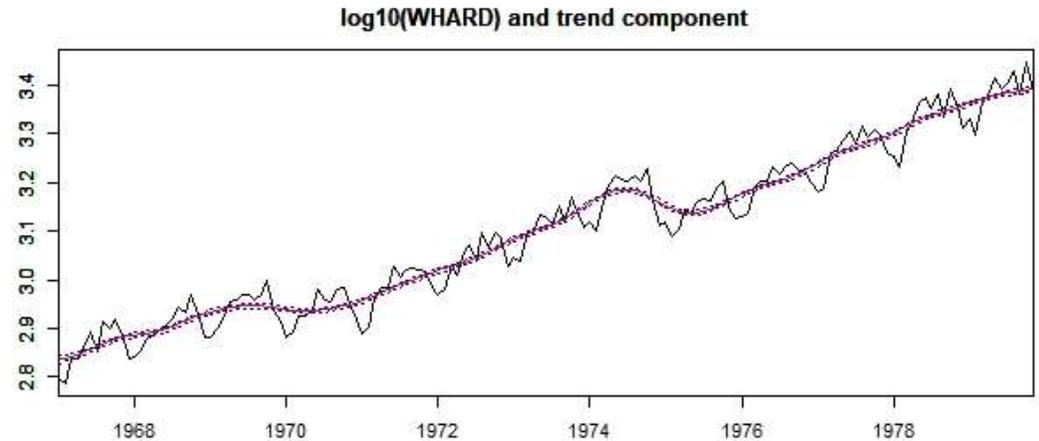
R による計算 (WHARD data)

```
season(WHARD, trend.order = 2, seasonal.order = 1,  
log=TRUE)
```

tau2	2.59353e-02	1.09999e-08
sigma2	1.50169e-04	
log-likelihood	342.532	
aic	-655.065	

```
season(WHARD, trend.order = 2, seasonal.order = 1,  
ar.order = 0, trade = TRUE, log = TRUE)
```

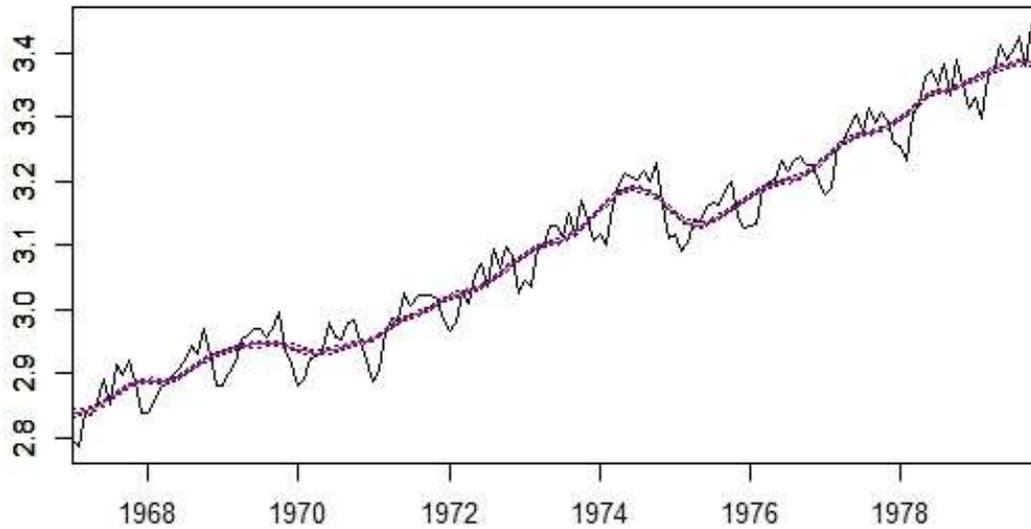
tau2	1.26966e-01	1.10001e-08
sigma2	5.77409e-05	
log-likelihood	358.232	
aic	-674.464	



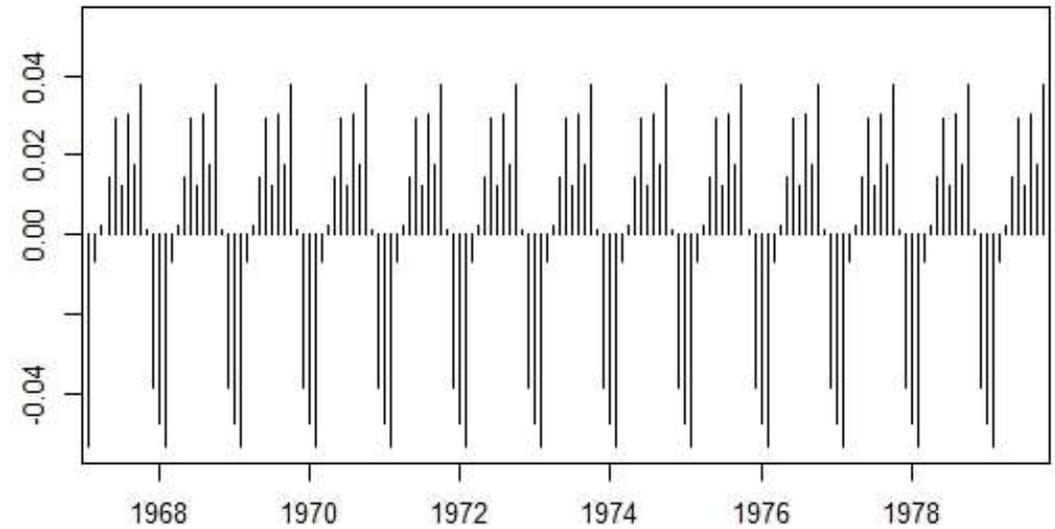
Rによる計算 (WHARD data, 曜日調整つき)

`season(WHARD, trend.order = 2, seasonal.order = 1, ar.order = 0, trade = TRUE, log = TRUE)`

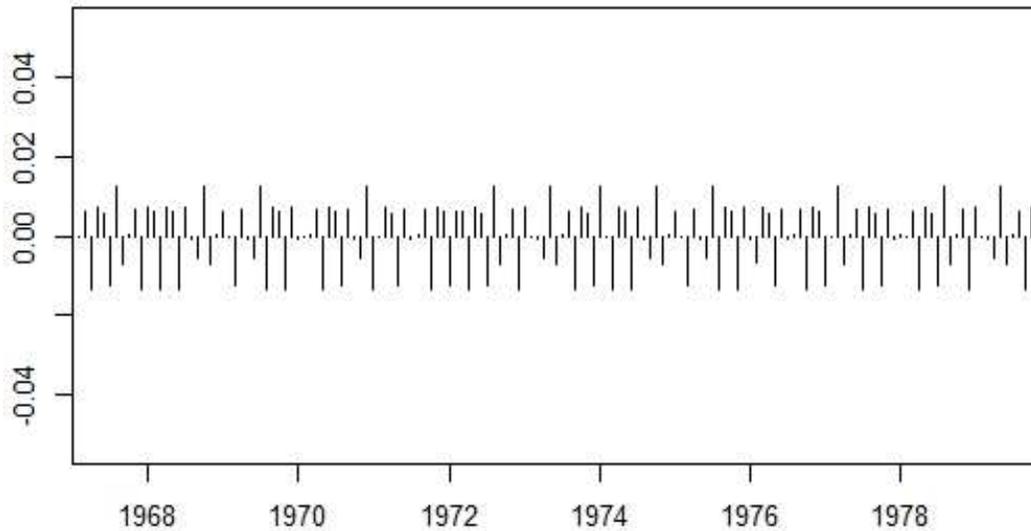
log10(WHARD) and trend component



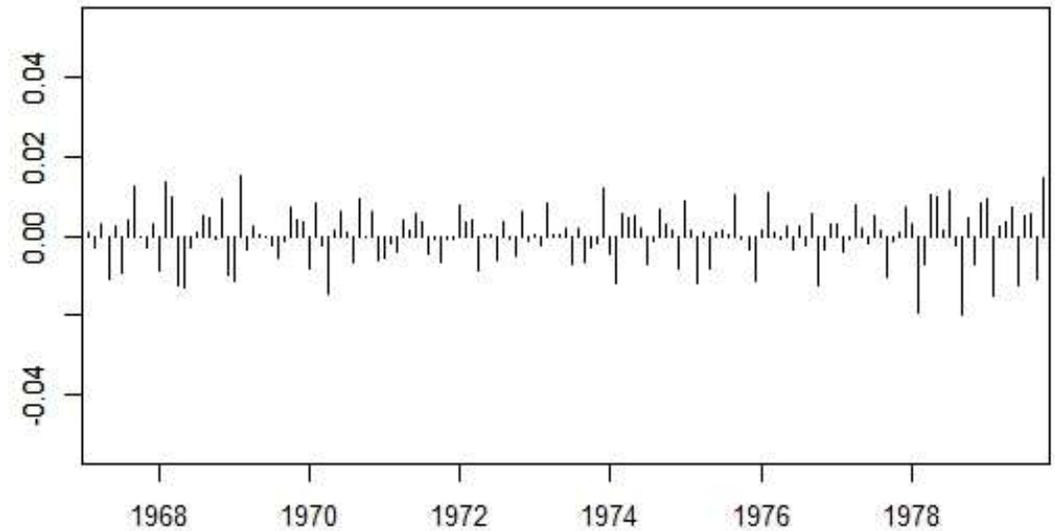
Seasonal component



Trading day effect

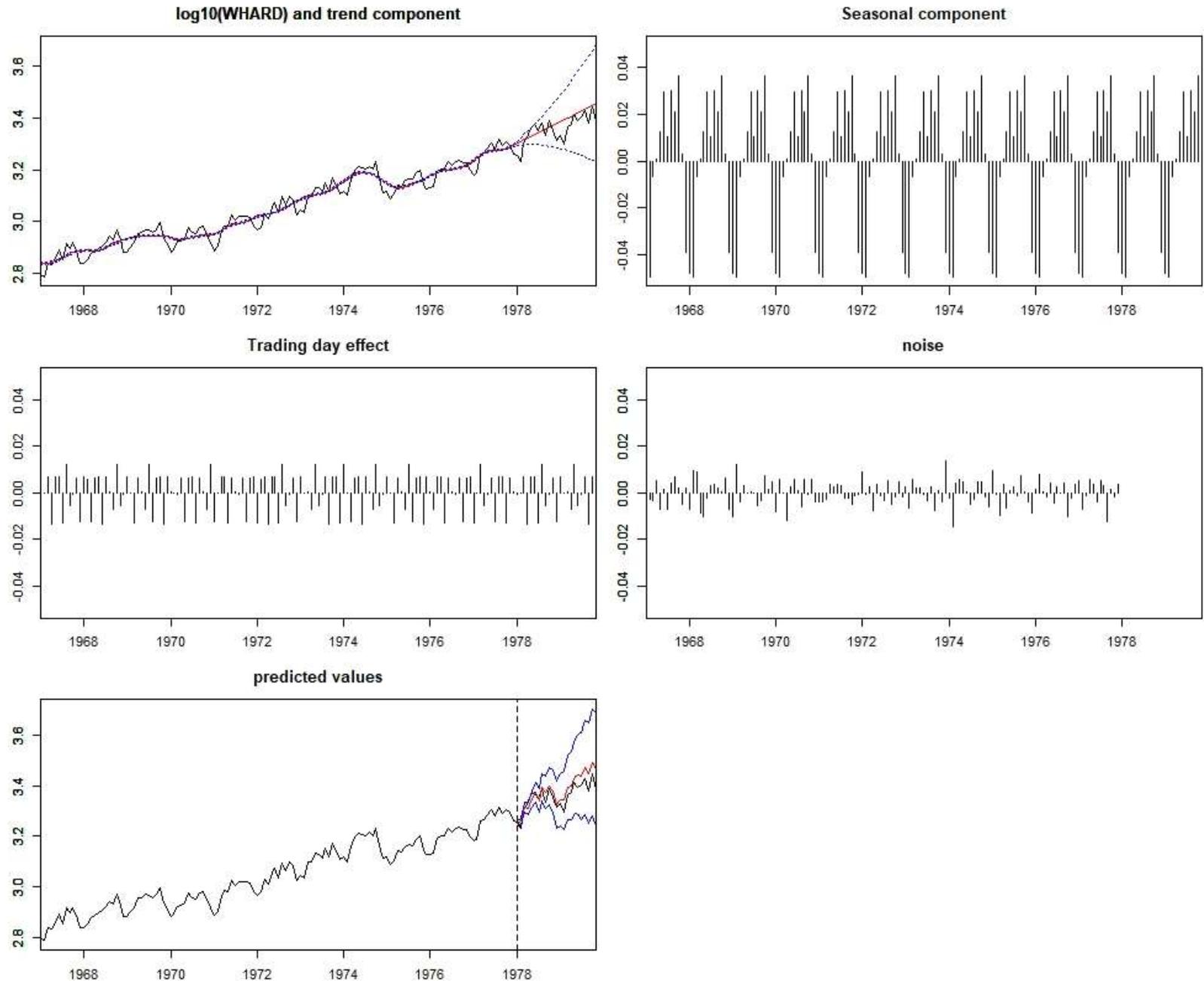


noise



長期予測 (WHARDデータ)

season(WHARD, trend.order = 2, seasonal.order = 1, trade = TRUE, filter = c(1, 132), log = TRUE)

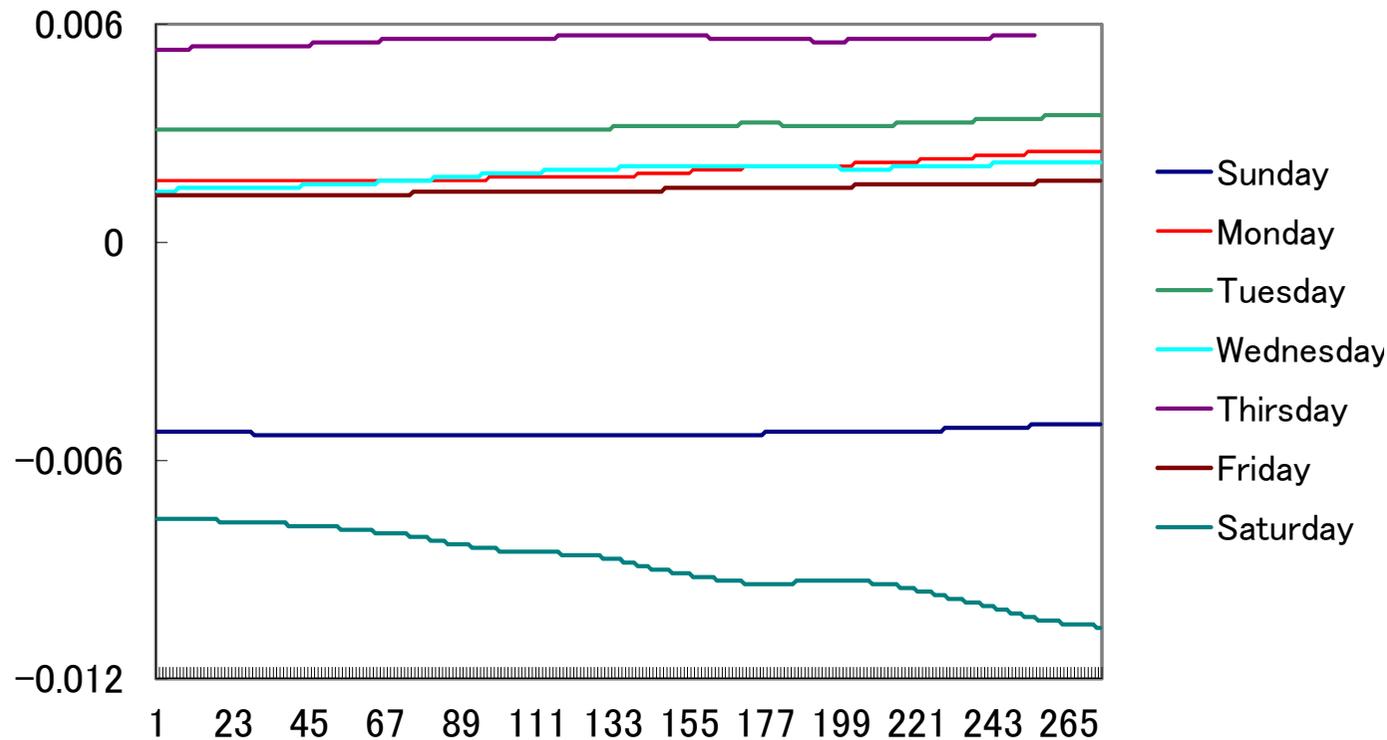


曜日効果の時間変化の検出

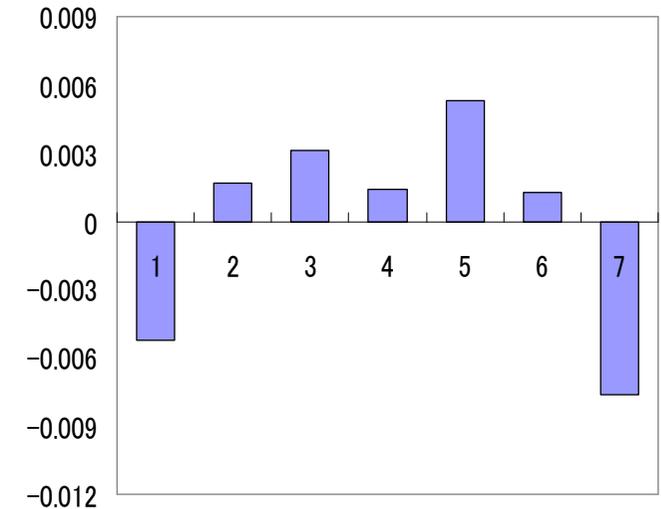
拡張：時変曜日効果

$$\beta_{jn} = \beta_{j,n-1} + \varepsilon_{jn}$$

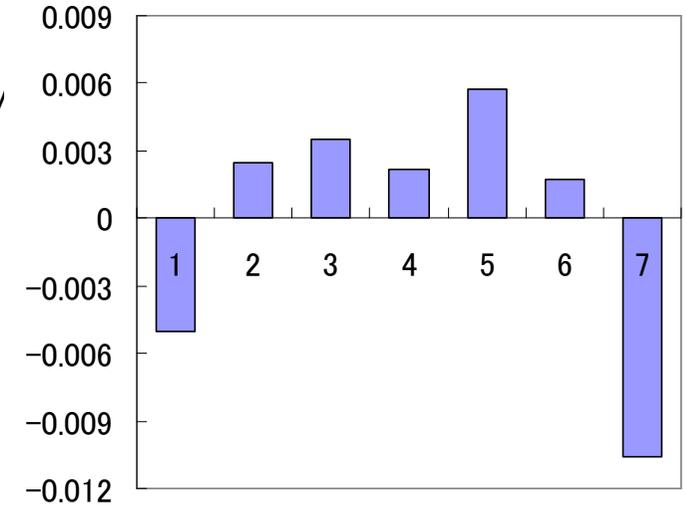
推定された時変曜日効果



左端での曜日パターン



右端での曜日パターン



曜日効果の制約モデルの例

- 土日と平日だけを区別した曜日効果モデル

$$\beta_1 = \beta_7, \quad \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6$$

$$2\beta_1 + 5\beta_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta_2 = -\frac{2}{5}\beta_1 \quad (\text{自由パラメータは1個})$$

- 土日は同じと仮定した曜日効果モデル

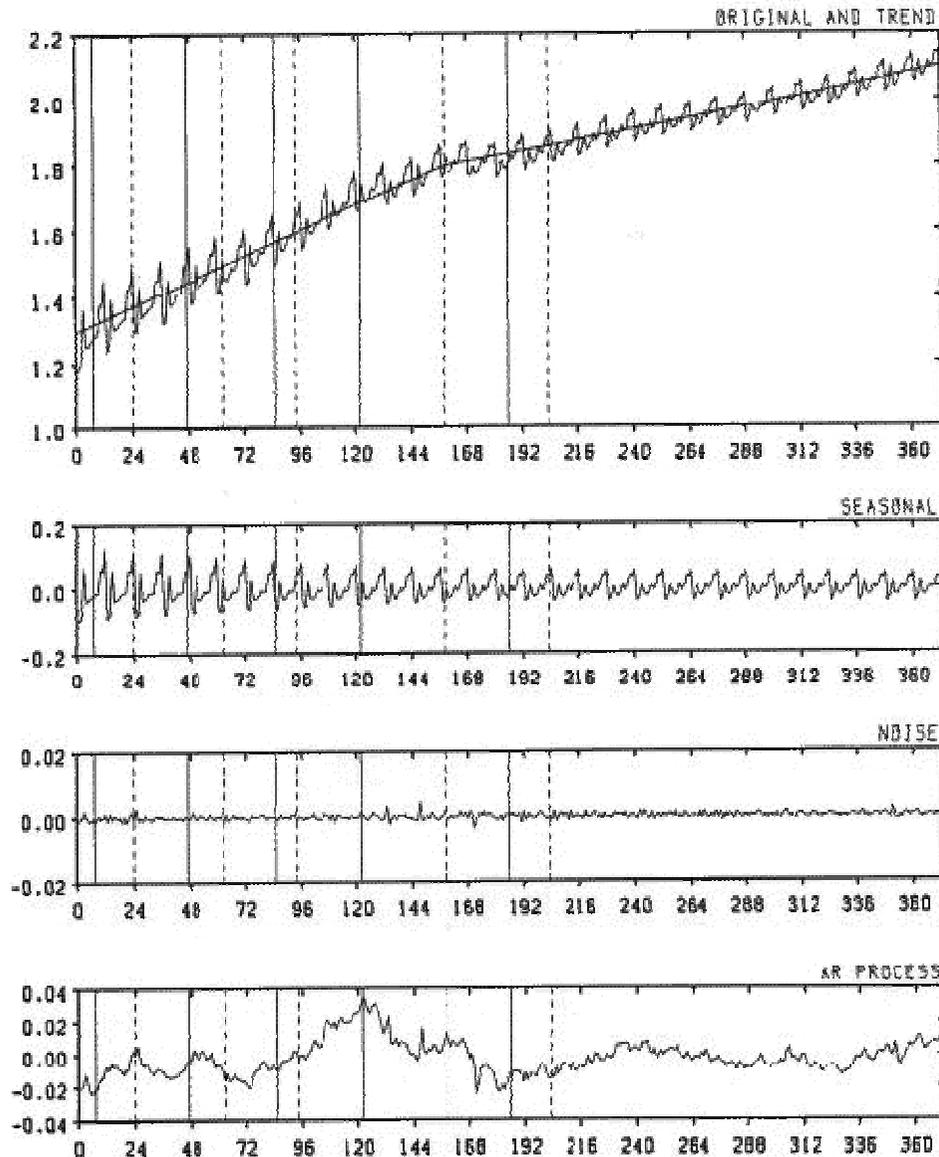
$$\beta_1 = \beta_7 \quad (\text{自由パラメータは5個})$$

- 休日は土日と同じと仮定したモデル

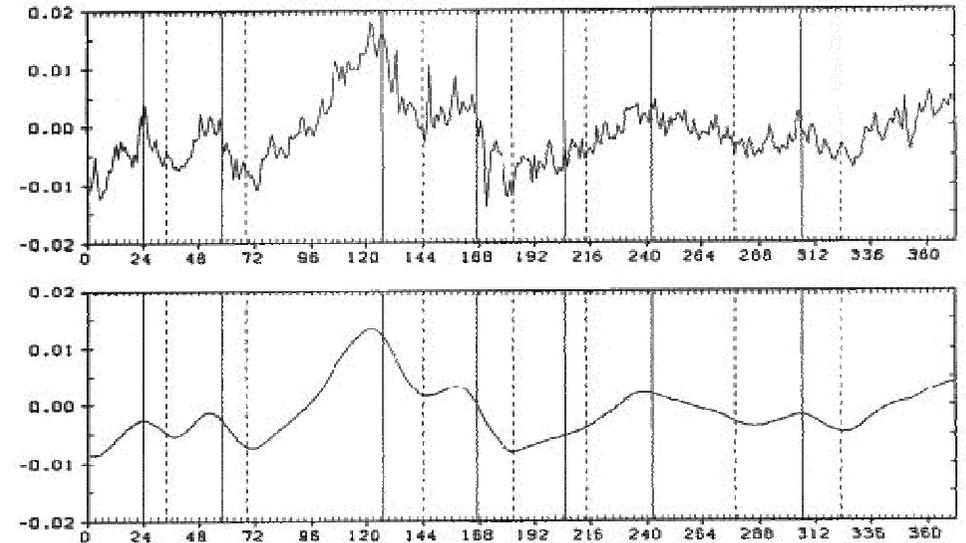
(自由パラメータは6個)

景気動向の推定

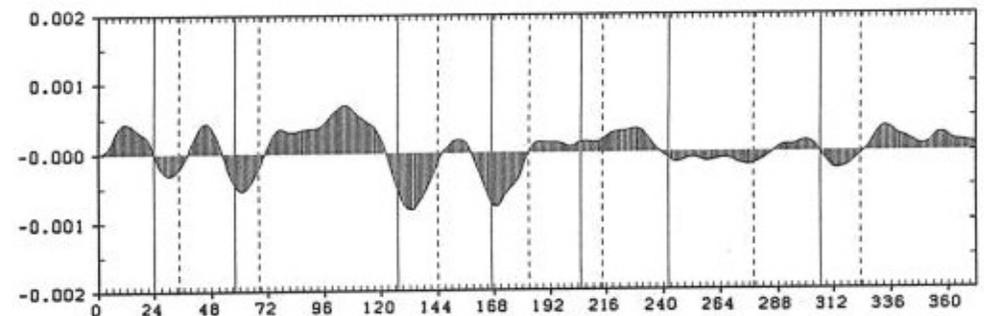
GDP系列の季節調整



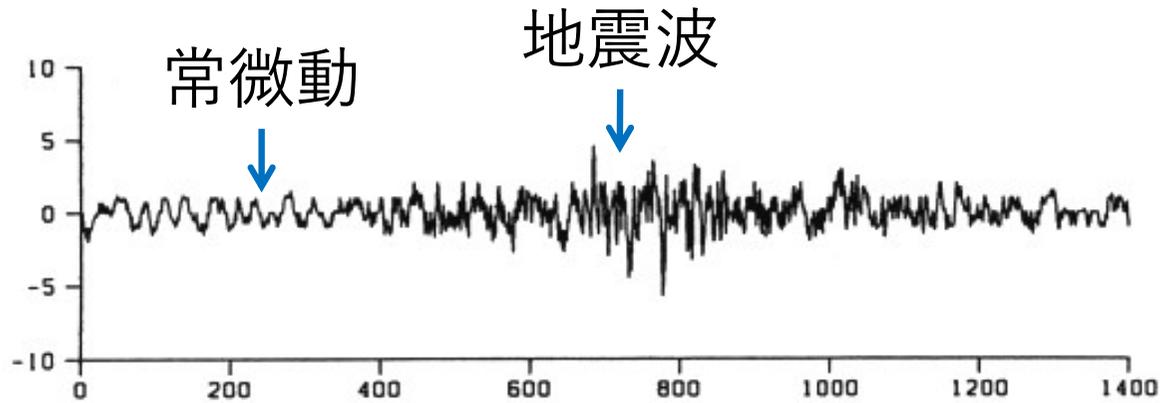
GDP系列の循環変動成分



循環変動成分の階差



低S/Nデータからの信号抽出



観測モデル

$$y_n = r_n + s_n + w_n$$

r_n 常微動 (背景雑音)

s_n 地震波

w_n 観測ノイズ

成分モデル

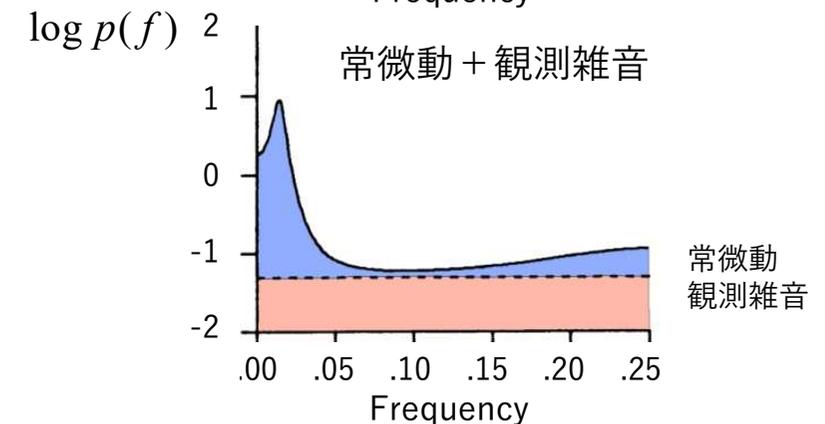
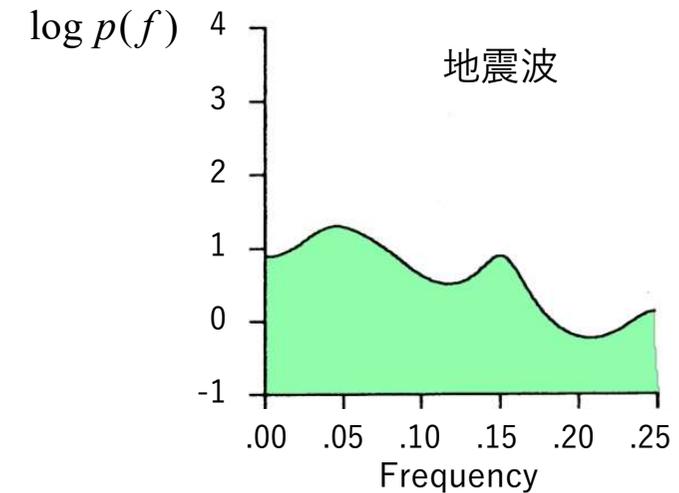
$$r_n = \sum_{j=1}^m a_j r_{n-j} + u_n$$

$$s_n = \sum_{j=1}^l b_j s_{n-j} + v_n$$

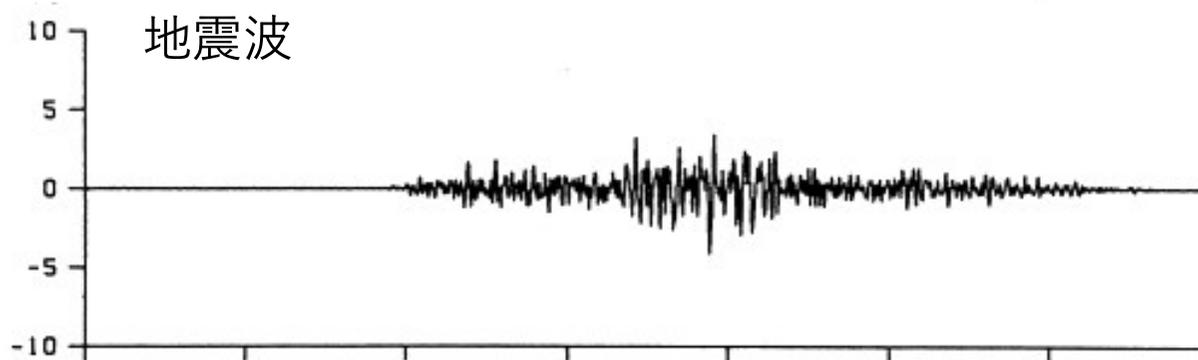
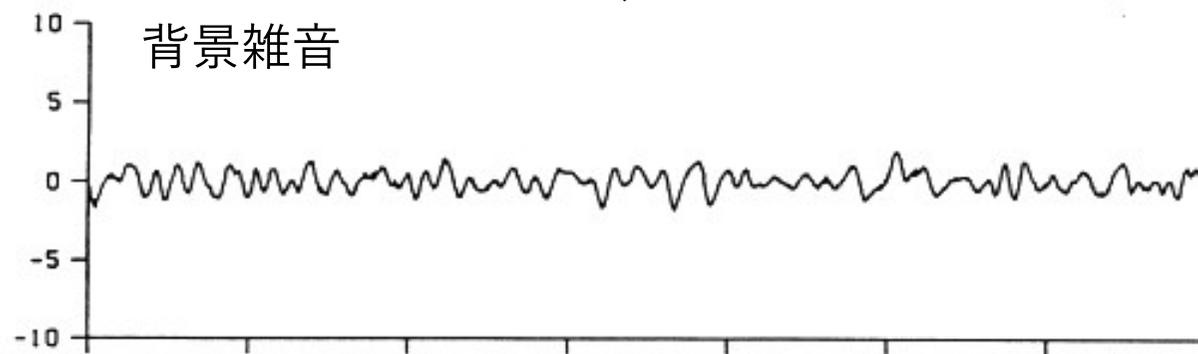
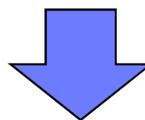
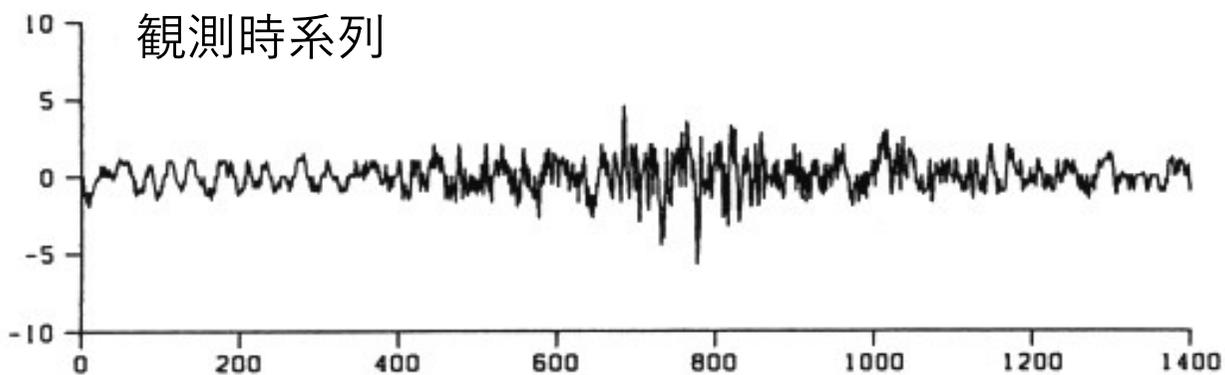
$$u_n \sim N(0, \tau_1^2)$$

$$v_n \sim N(0, \tau_2^2)$$

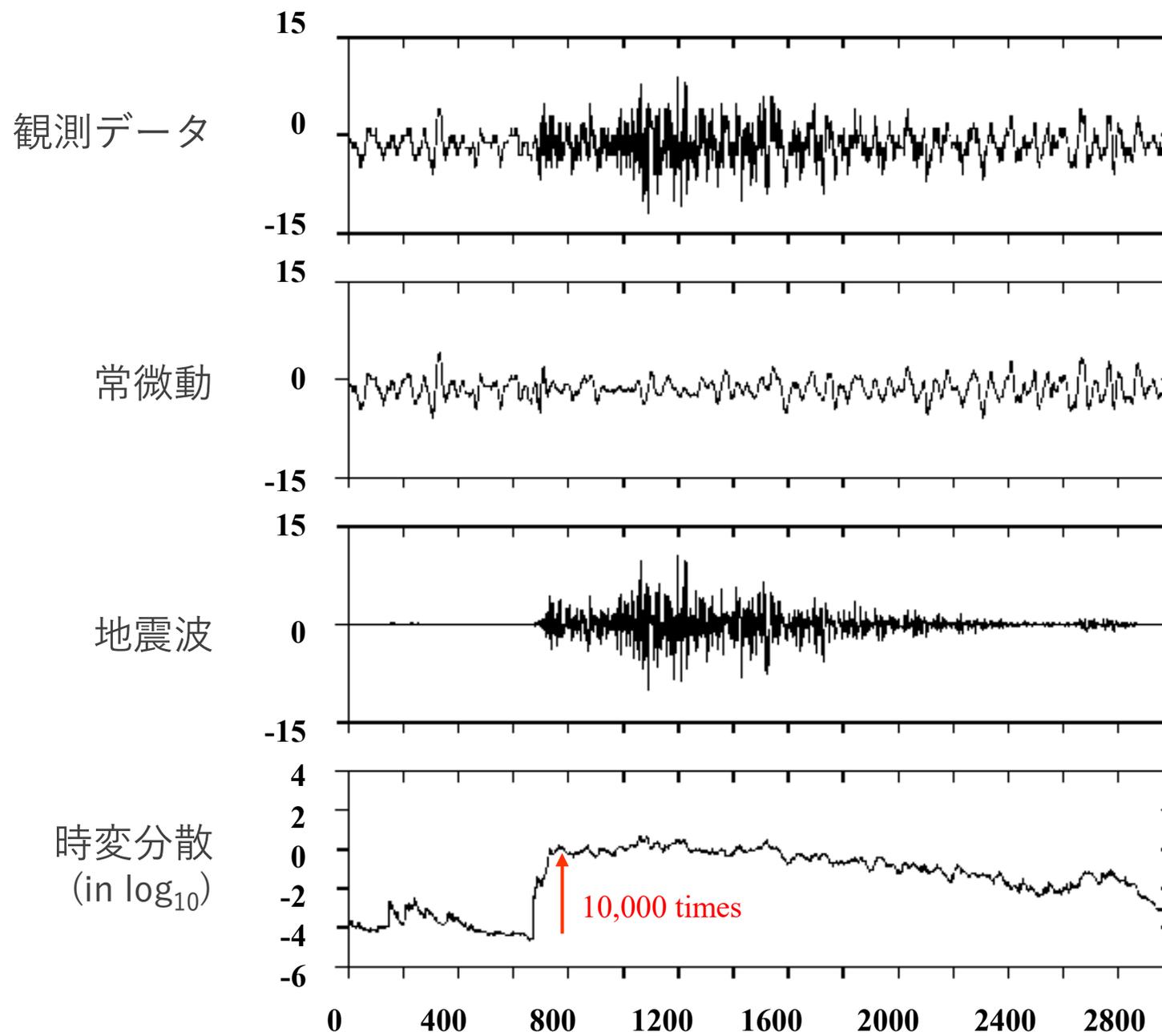
$$w_n \sim N(0, \sigma^2)$$



地震波の抽出

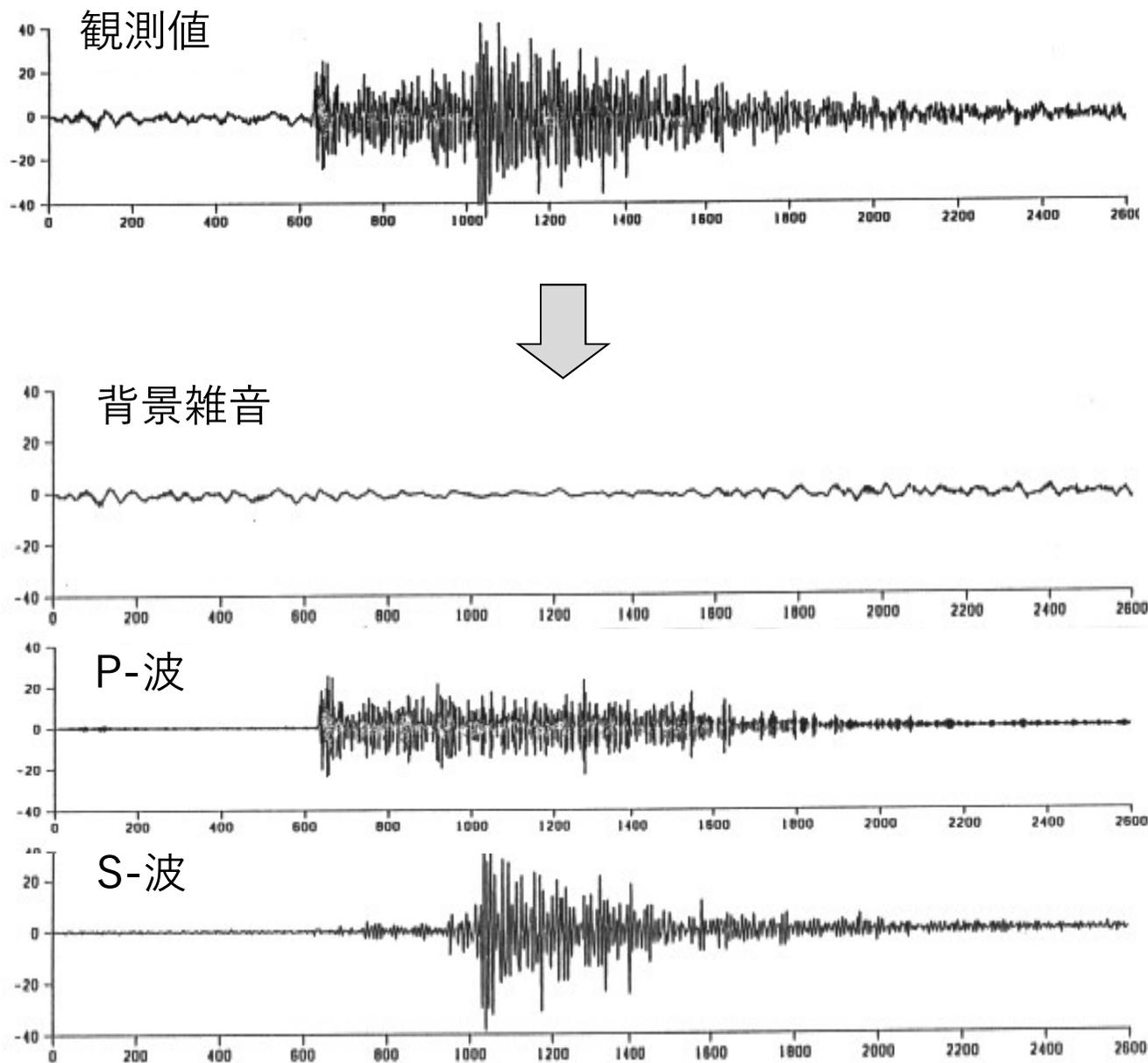


微小地震波の抽出

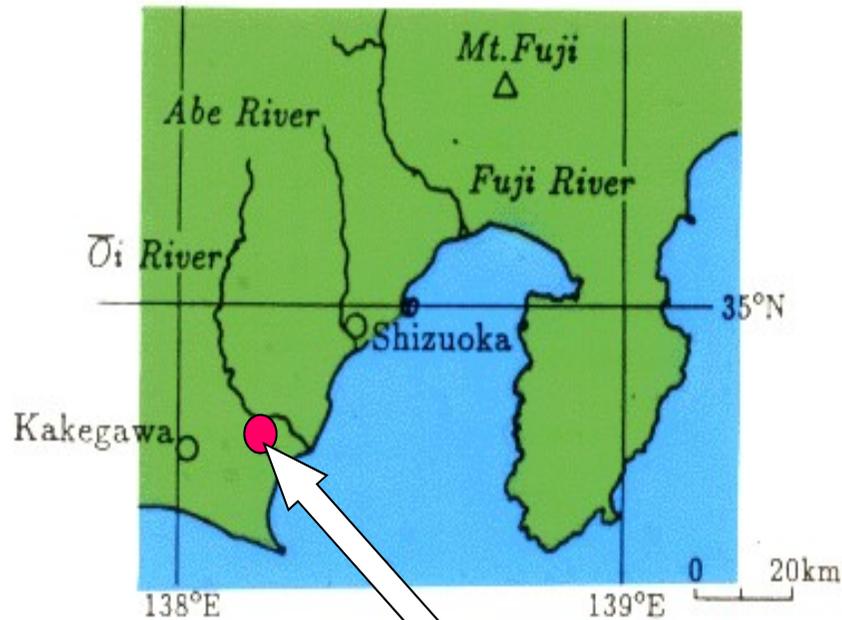


実用化には自己組織型
状態空間モデルを利用

P-波と S-波の分離



地下水位データ (地震の影響の抽出)

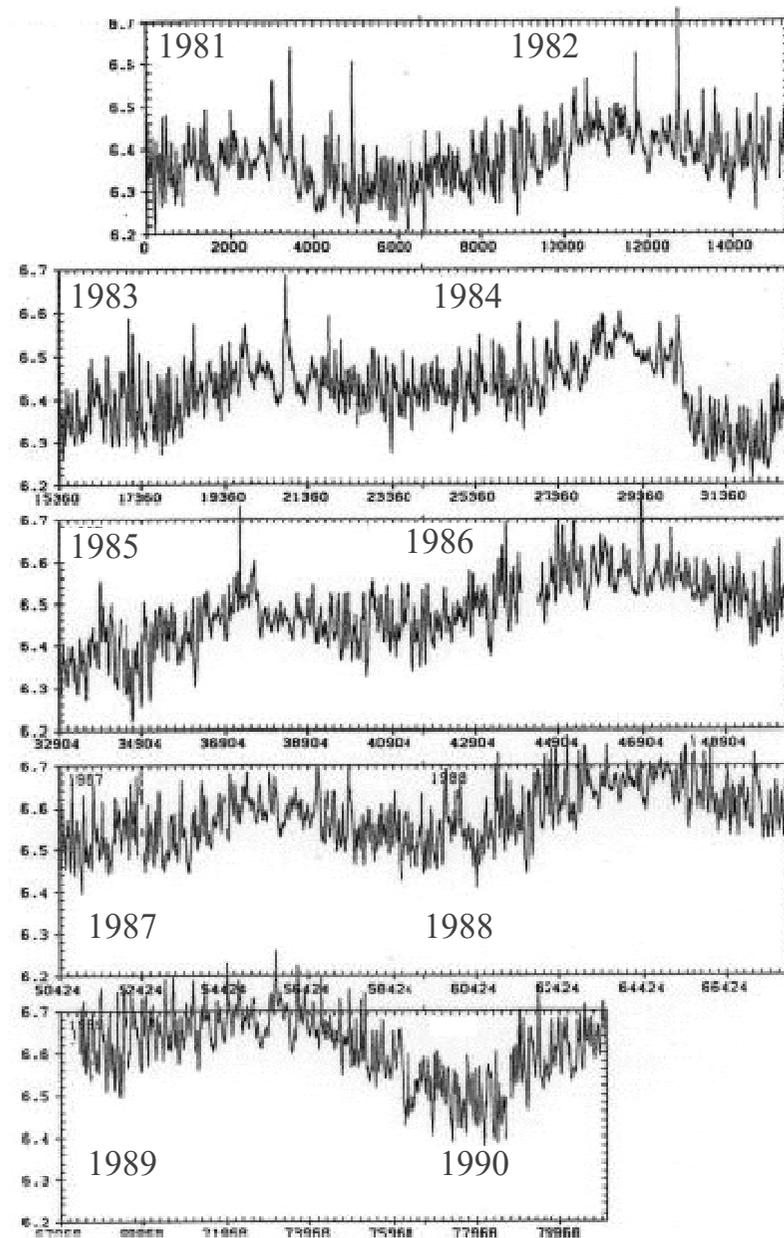


産総研観測井

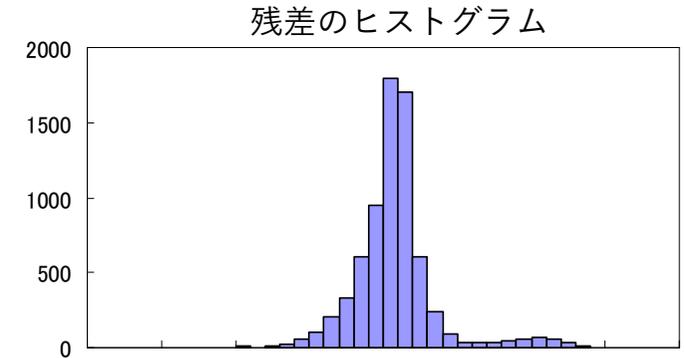
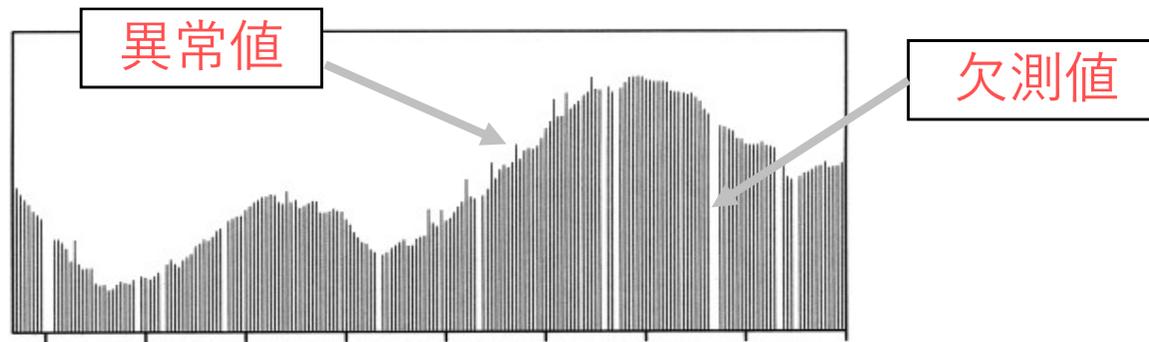
気圧，地球潮汐，降雨
などの影響を受ける



地震の影響の検出が困難



欠測値と異常値の処理

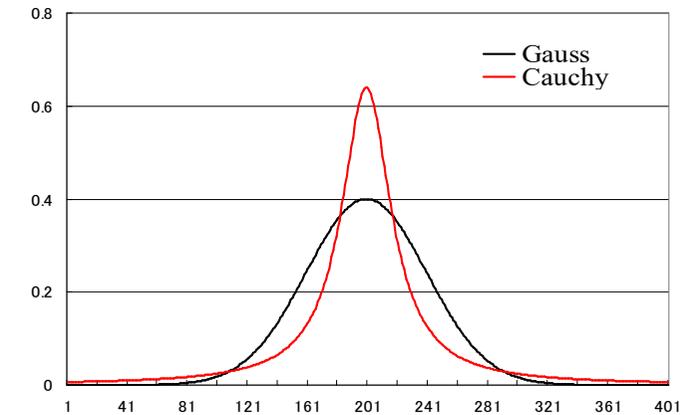


状態空間モデル

$$t_n = t_{n-1} + v_n$$

$$y_n = t_n + w_n$$

y_n : 時系列
 t_n : 信号
 v_n : システムノイズ
 w_n : 観測ノイズ



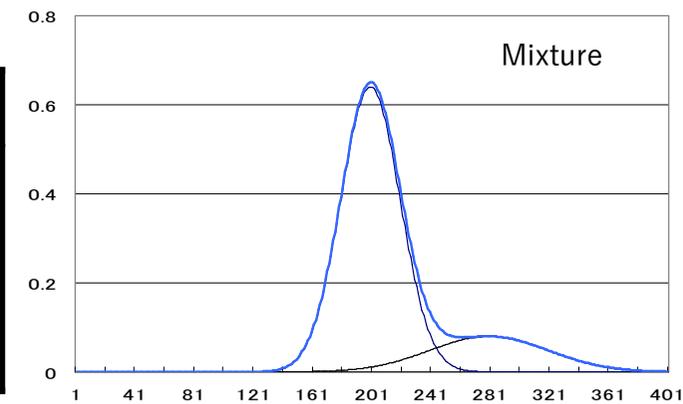
観測ノイズのモデル (非ガウス型モデル)

Gauss $r(w) \sim N(0, \sigma^2)$

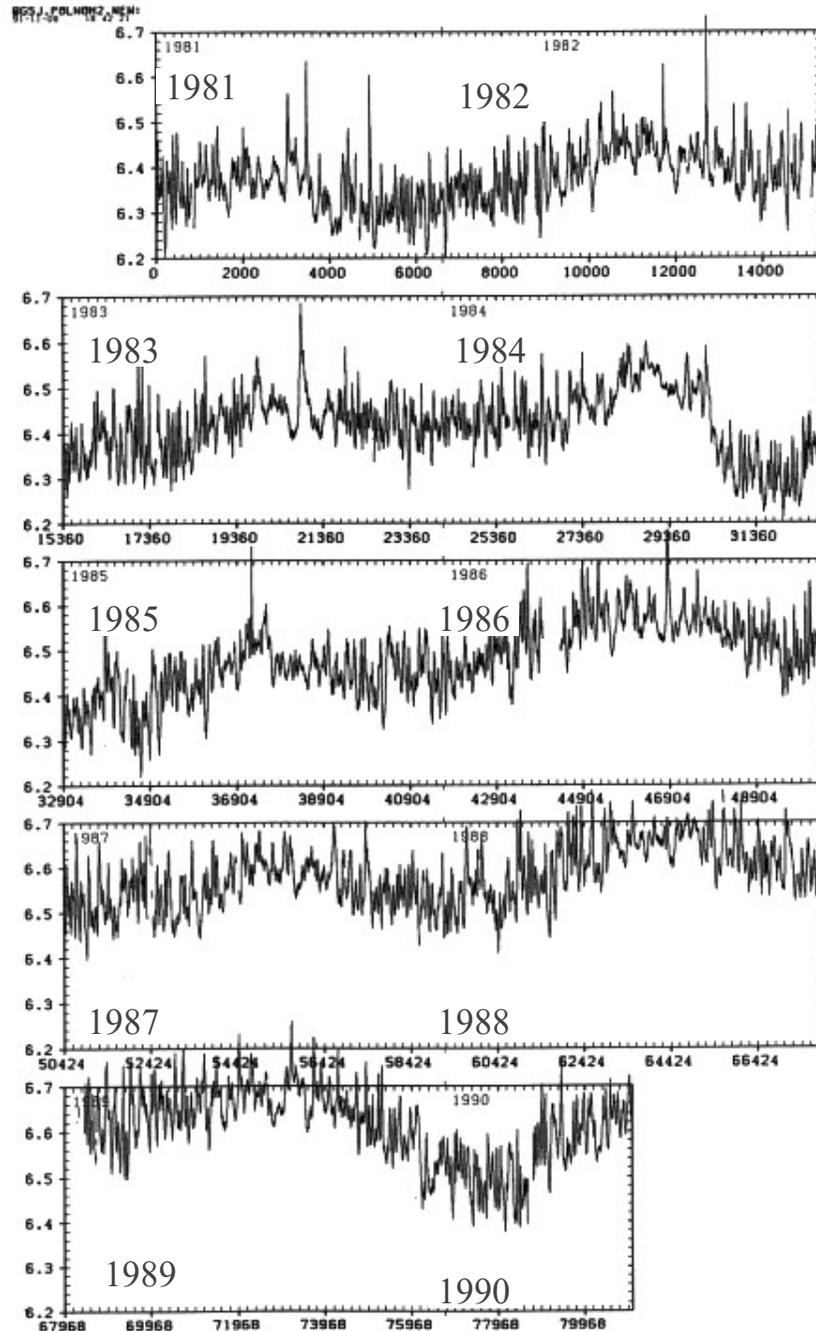
Cauchy $r(w) = \frac{\sigma}{\pi(w^2 + \sigma^2)}$

Mixture $r(w) \sim (1 - \alpha)N(0, \sigma^2) + \alpha N(\mu, \zeta^2)$

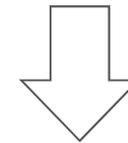
Model	AIC
Gauss	-8741
Cauchy	-8655
Mixture	-8936



観測データ



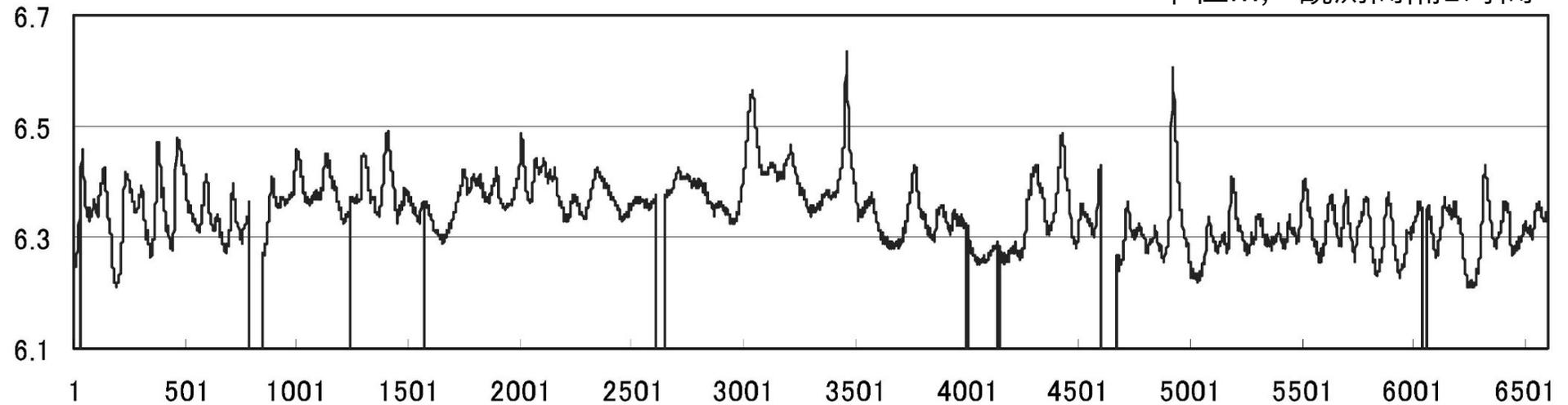
トレンド周りに強い変動成分
が存在



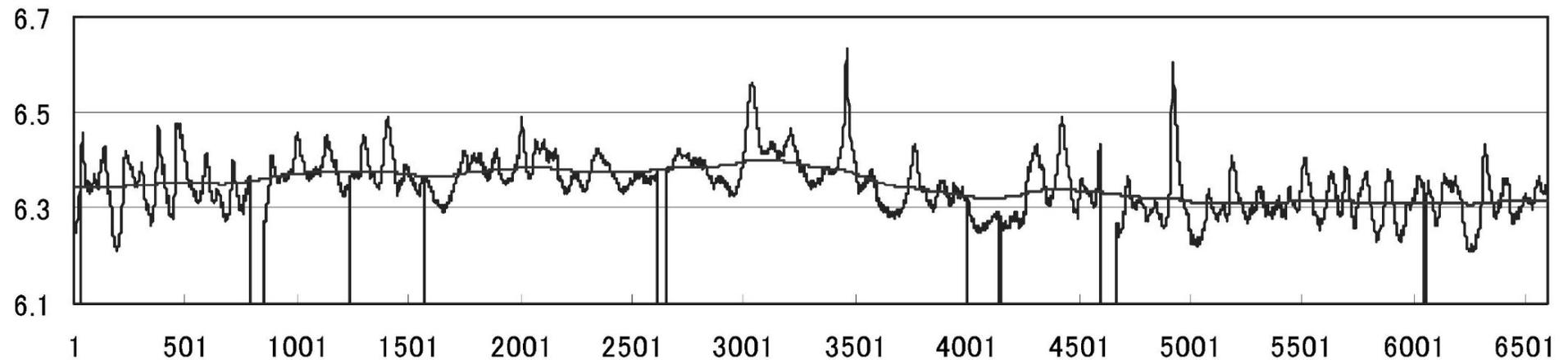
地震の影響の検出が困難

地下水水位データ（産総研・榛原）

単位m, 観測間隔1時間



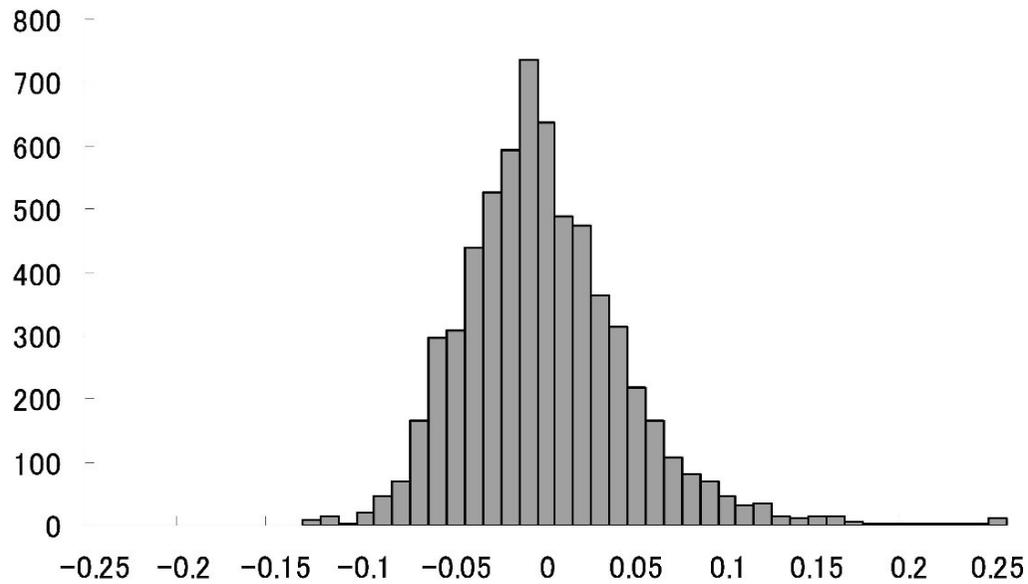
地下水水位データとトレンド



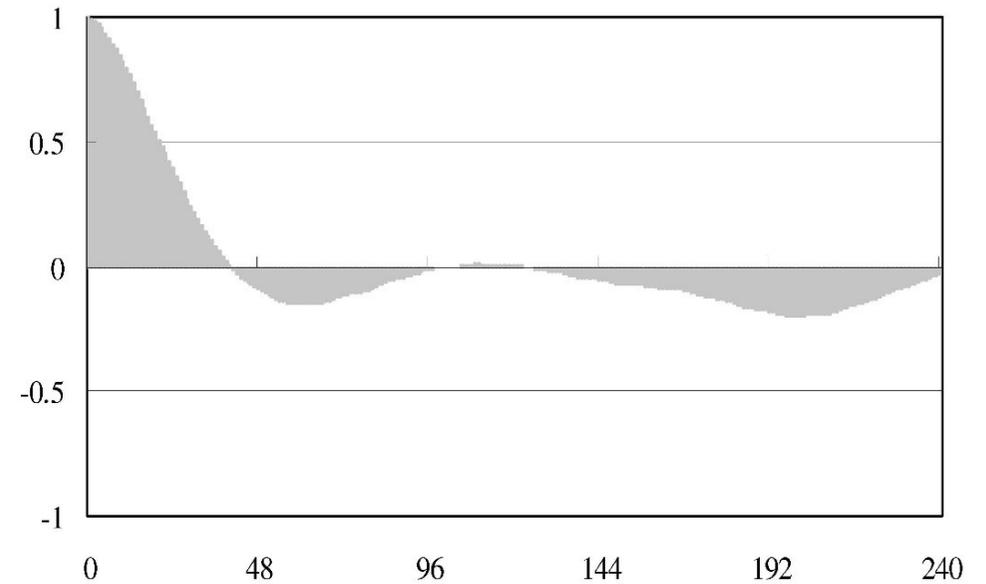
移動平均トレンドから何かわかるか？

残差系列の性質

残差系列のヒストグラム



残差系列の自己相関関数



気圧効果モデル

観測モデル

$$y_n = t_n + P_n + \varepsilon_n$$

y_n 観測値
 t_n トレンド
 P_n 気圧効果
 ε_n 観測ノイズ

成分モデル

$$t_n = t_{n-1} + w_n$$

$$P_n = \sum_{i=0}^m a_i p_{n-i}$$

p_n 気圧の観測値

状態空間モデル

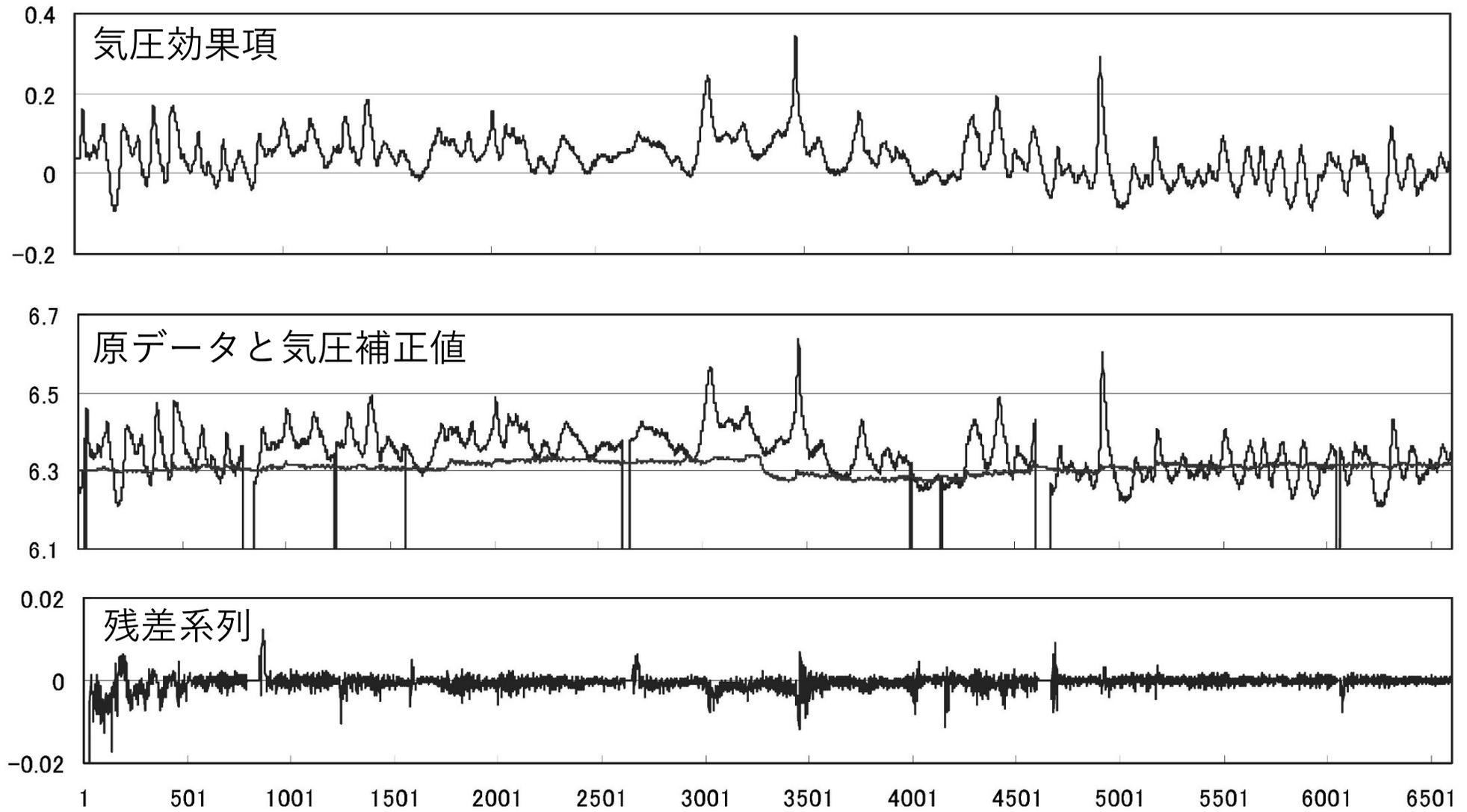
$$x_n = Fx_{n-1} + Gv_n$$

$$y_n = Hx_n + w_n$$

$$x_n = \begin{bmatrix} t_n \\ a_0 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$H = [1 \quad p_n \quad \cdots \quad p_{n-m}]$$

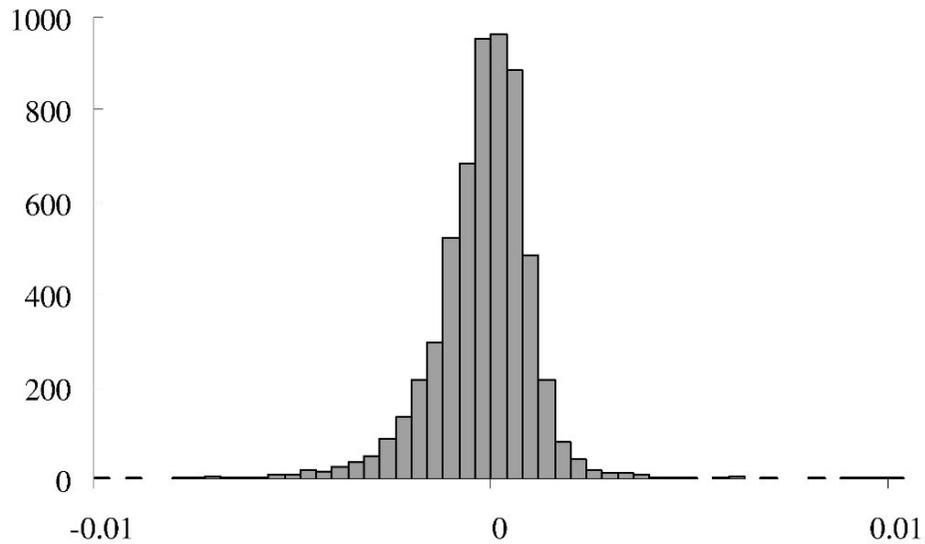
モデル	次数	AIC	σ^2
トレンド	1	-21311	0.181×10^{-2}
気圧効果	26	-57836	0.120×10^{-5}

気圧補正

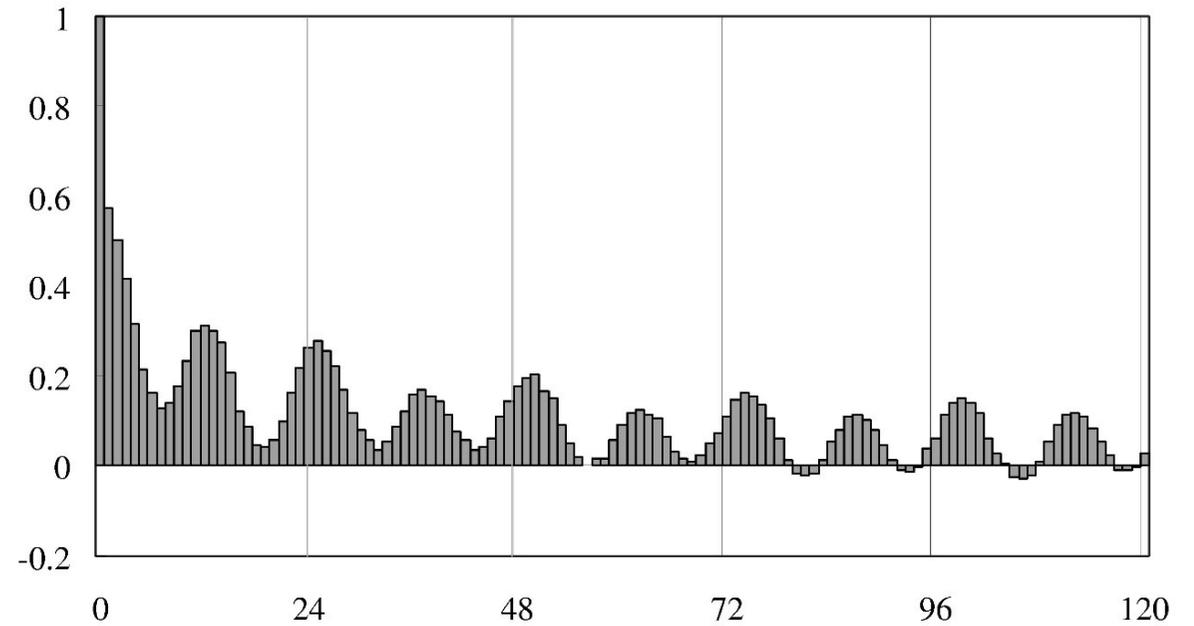


気圧補正後の残差

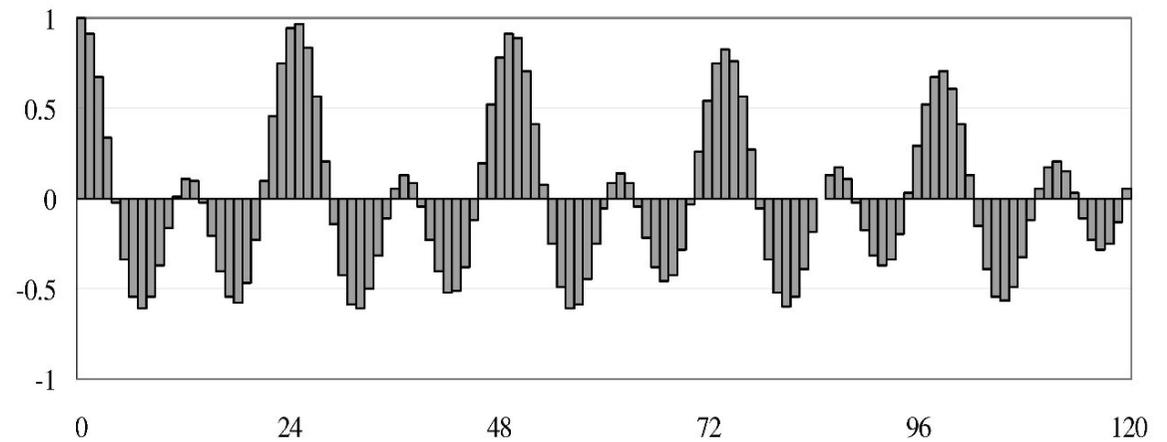
気圧補正後の残差のヒストグラム



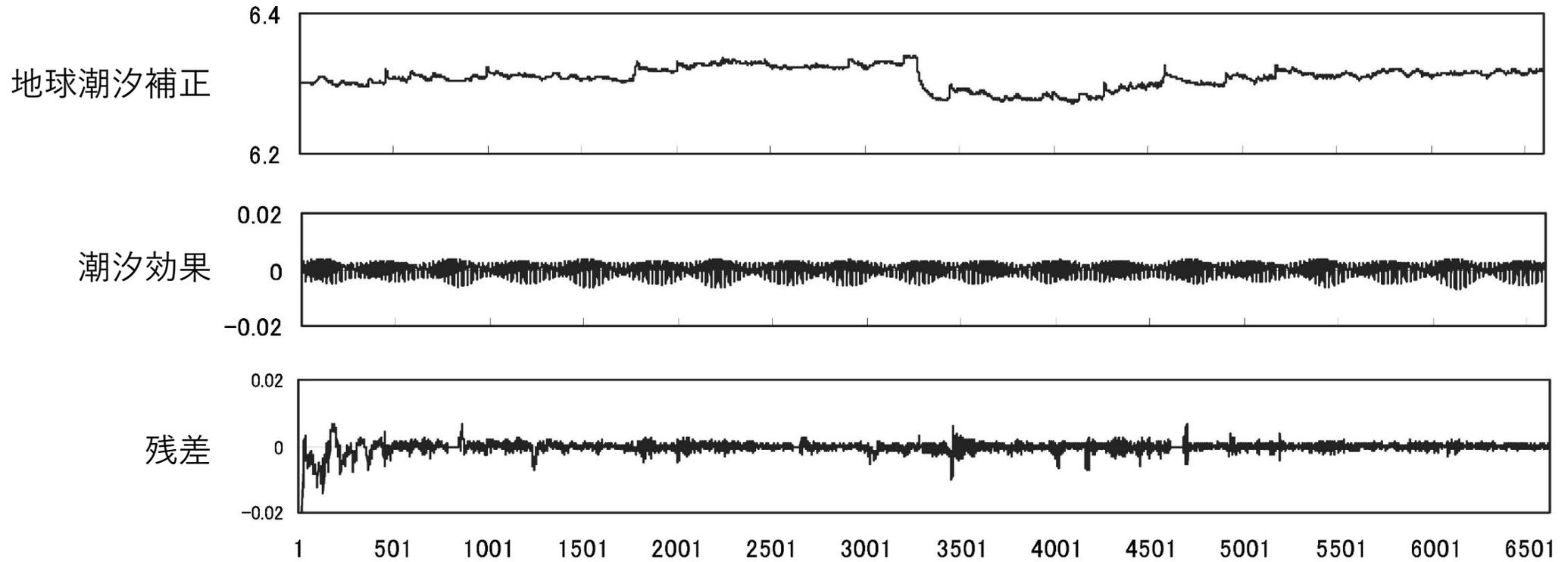
気圧補正後の残差の自己相関関数



地球潮汐の自己相関関数



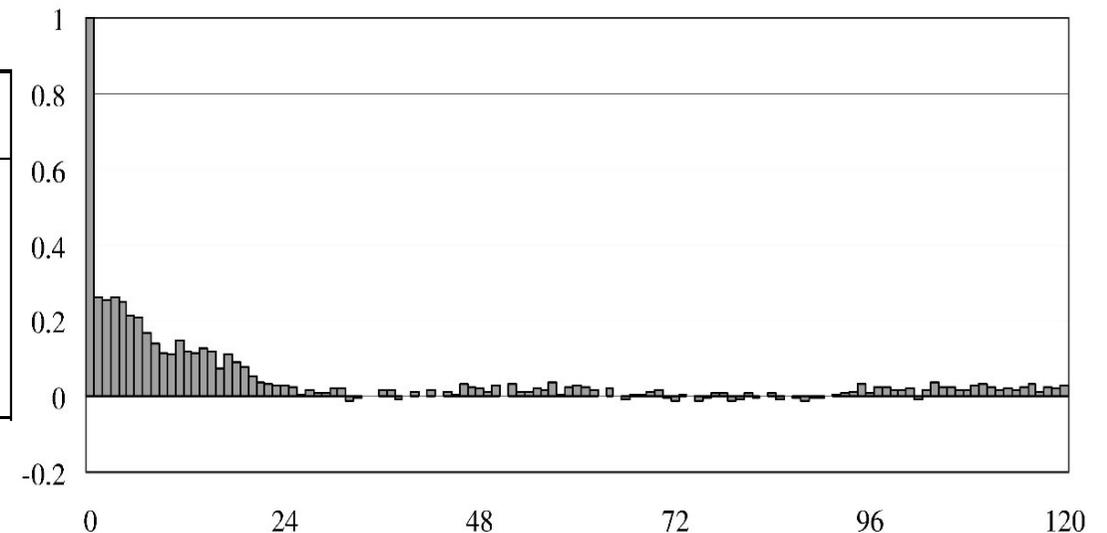
地球潮汐補正後の地下水位, 潮汐効果項, 残差



地球潮汐補正後の残差の自己相関関数

推定したモデル

モデル	AIC	σ^2
トレンド	-21311	0.181×10^{-2}
気圧効果	-57836	0.120×10^{-5}
潮汐効果	-59580	0.887×10^{-6}



地震の影響の検出 (降雨モデル)

$$y_n = t_n + P_n + E_n + R_n + \varepsilon_n$$

y_n 観測値

E_n 潮汐効果

t_n トレンド

R_n 降雨効果

P_n 気圧効果

ε_n 観測ノイズ

成分モデル

$$\Delta^k t_n = w_n, \quad P_n = \sum_{i=0}^m a_i p_{n-i}$$

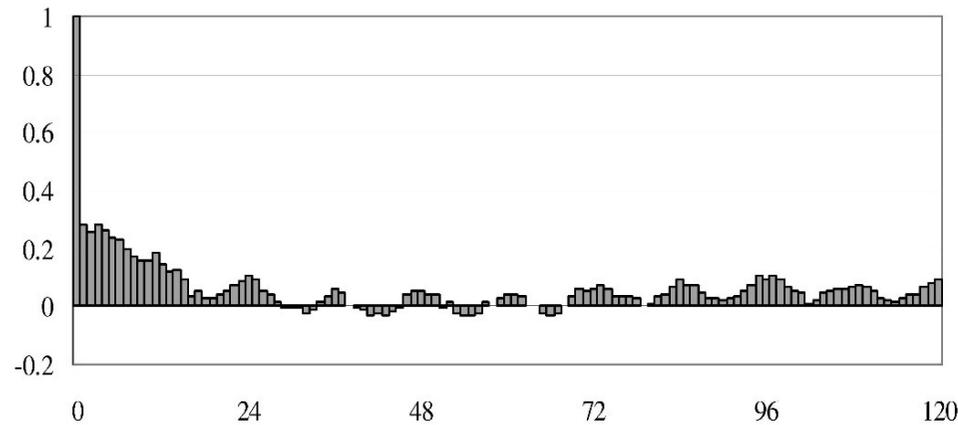
$$E_n = \sum_{i=0}^l b_i e t_{n-i},$$

$$R_n = \sum_{i=1}^k c_i R_{n-i} + \sum_{i=1}^k d_i r_{n-i} + v_n$$

r_n 降水量の観測値

補正後の残差比較

降雨補正後の残差の自己相関関数



推定したモデルと残差の特徴

モデル	AIC	σ^2	残差分布	自己相関関数
トレンド	-21311	0.181×10^{-2}	負の偏り	3日程度
気圧効果	-57836	0.120×10^{-5}	正の偏り	12.5時間周期
潮汐効果	-59580	0.887×10^{-6}		1日程度まで正
降雨効果	-61810	0.130×10^{-6}	ほぼ対称	2時間周期

AIC Values

		l			
		0	1	2	3
	
m	23	-57819	-59368	-59498	-59488
	24	-57815	-59374	-59536	-59526
	25	-57830	-59393	-59580	-59569
	26	-57836	-59386	-59575	-59563
	27	-57832	-59379	-59566	-59554

k	AIC
1	-61675
2	-61734
3	-61803
4	-61800
5	-61810
6	-61809

$$m = 25, l = 2$$

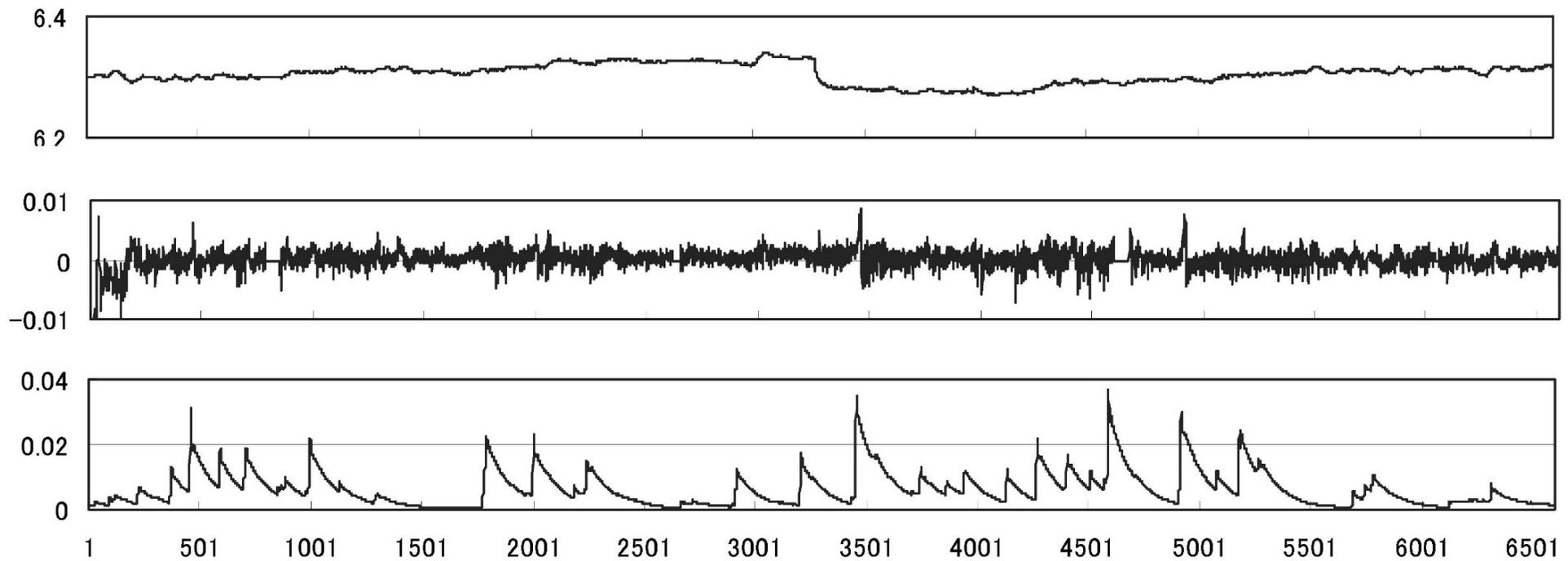
と固定して探索

m 気圧効果の次数

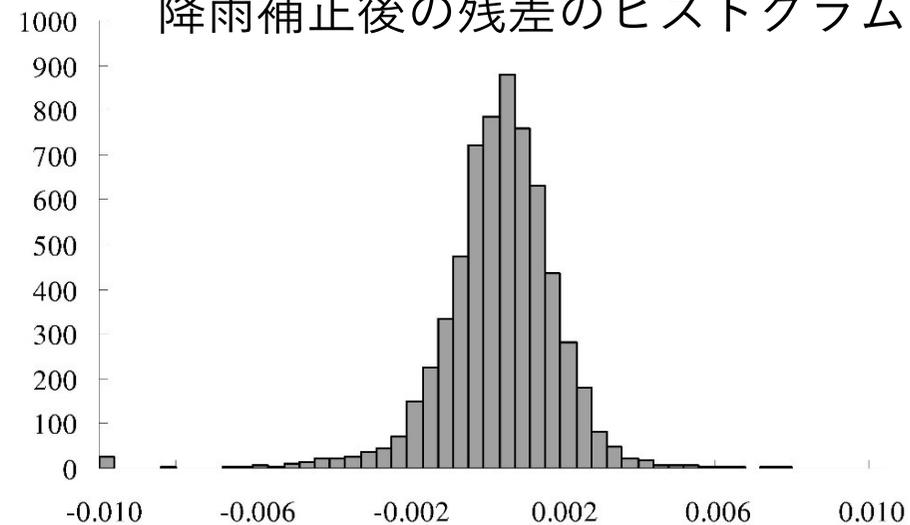
l 潮汐効果の次数

k 降雨効果の次数

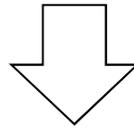
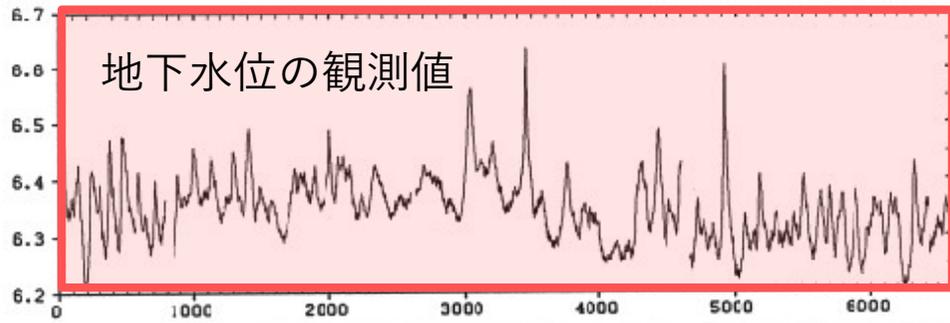
降雨補正後の地下水位，残差，降雨効果項



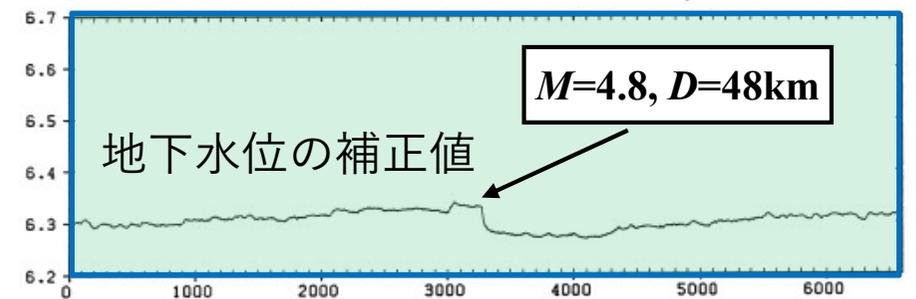
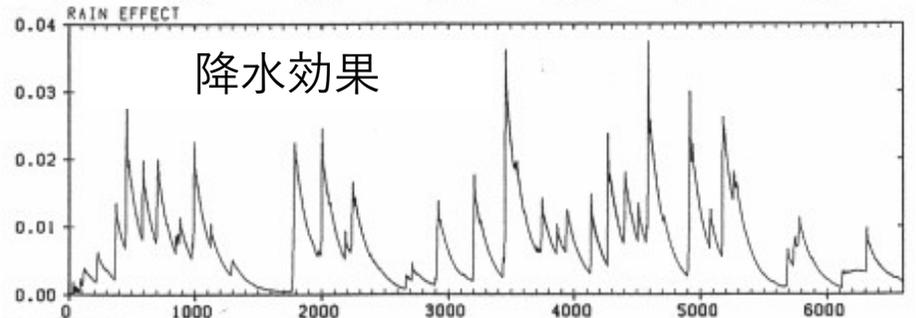
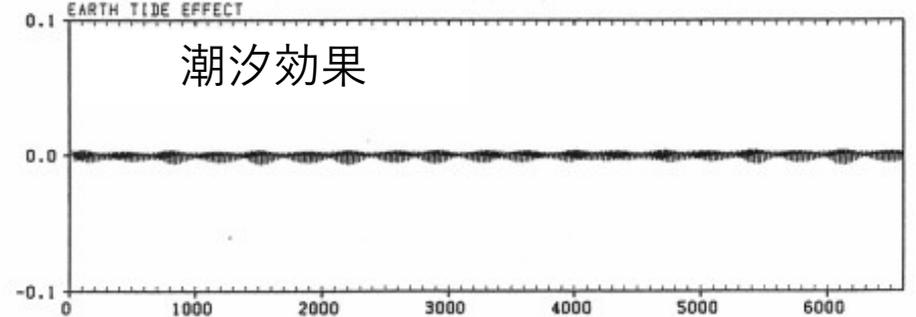
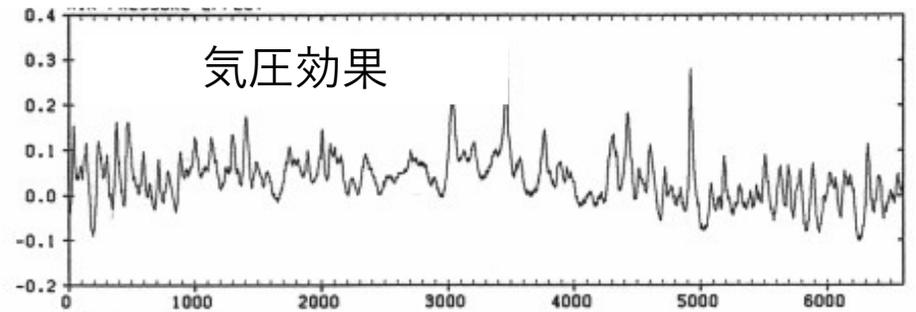
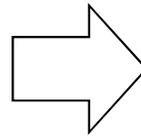
降雨補正後の残差のヒストグラム



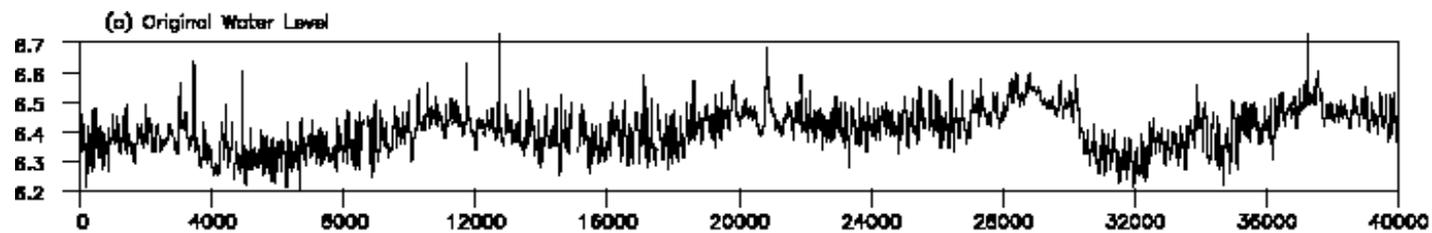
地震の影響の抽出



min AIC model
 $m=25, l=2, k=5$

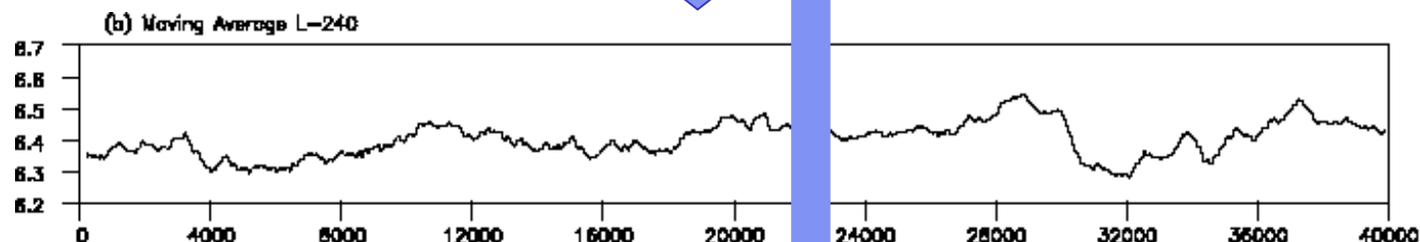


移動平均 vs. 統計的モデリング



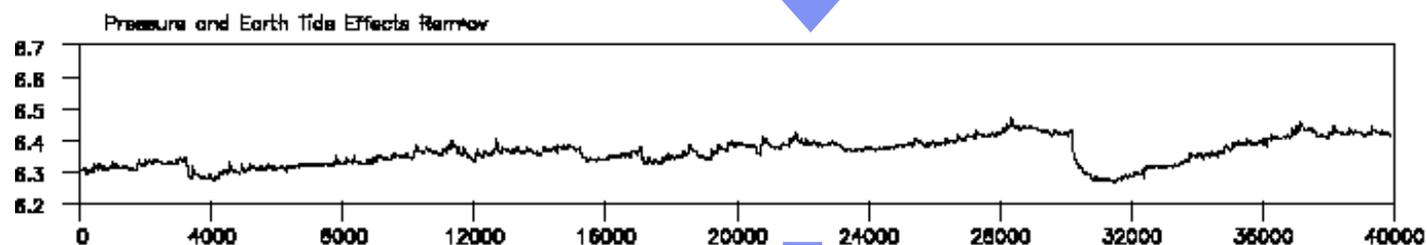
原データ

ノンパラメトリック統計処理

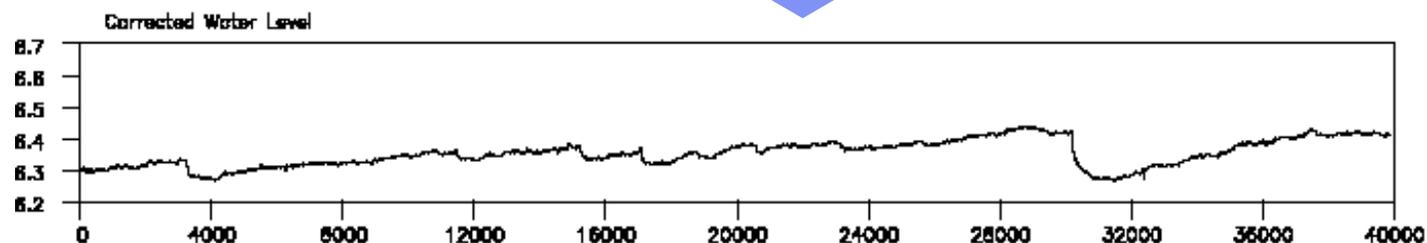


トレンド
(移動平均)

統計的モデリング

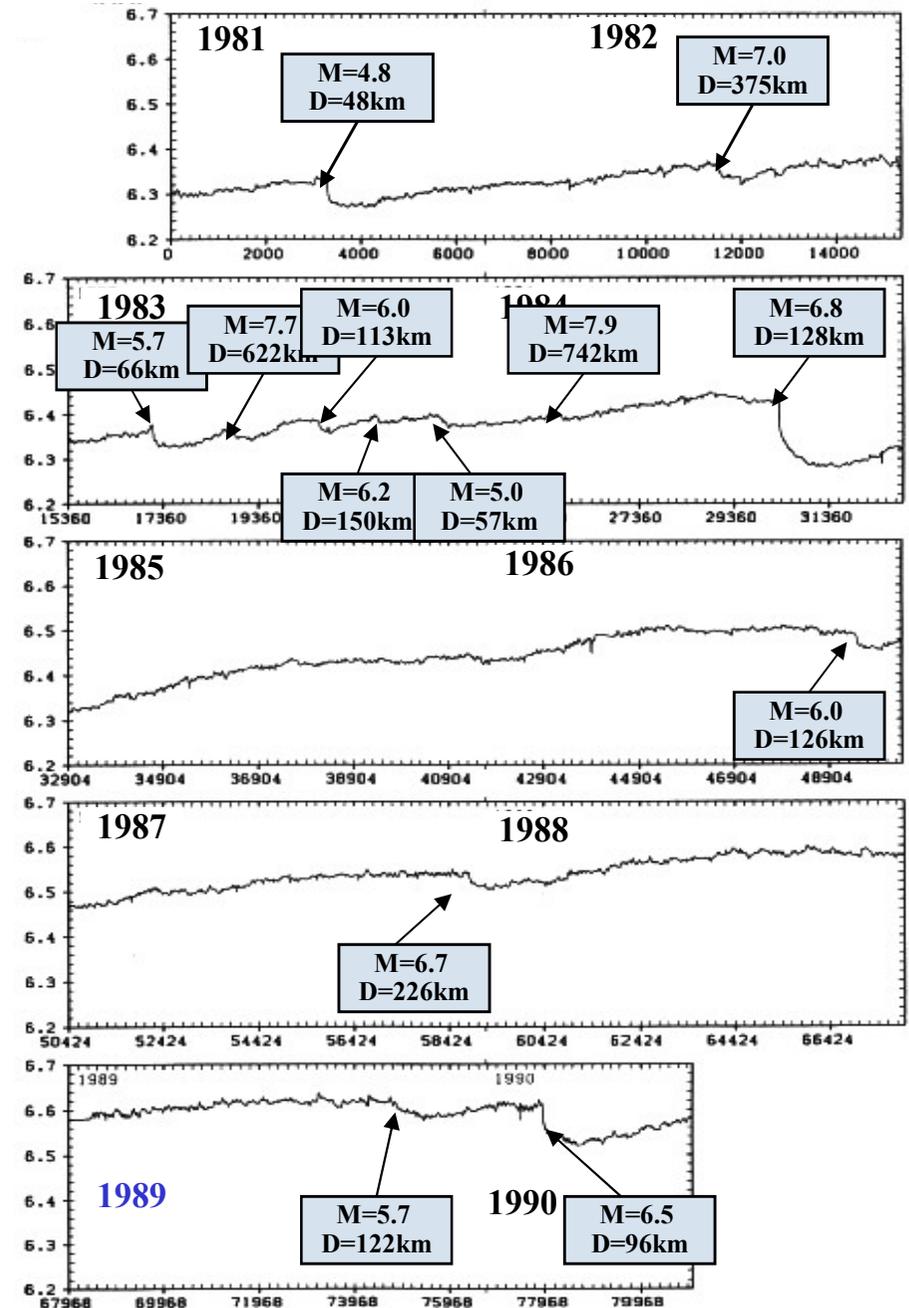
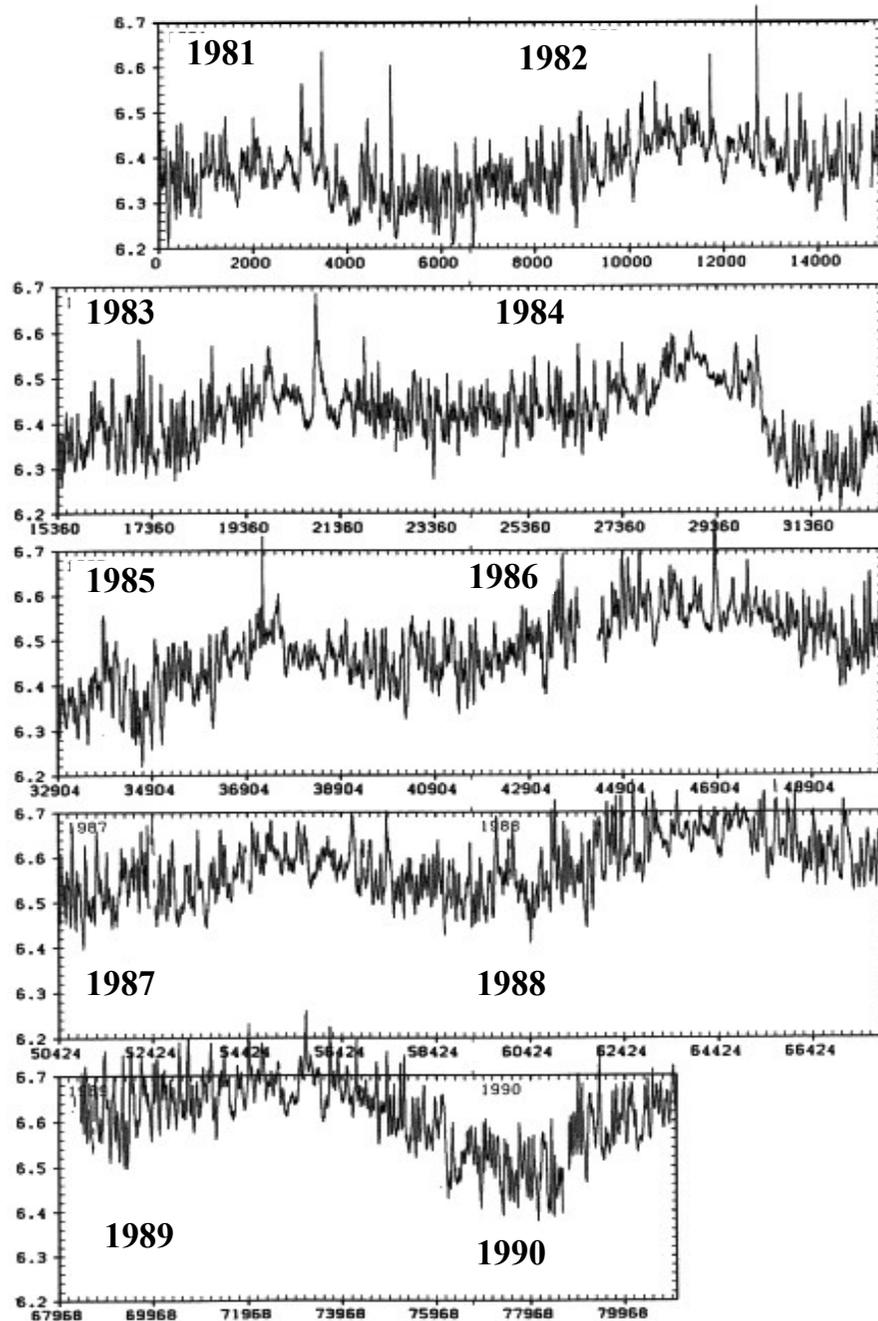


気圧・地球潮汐

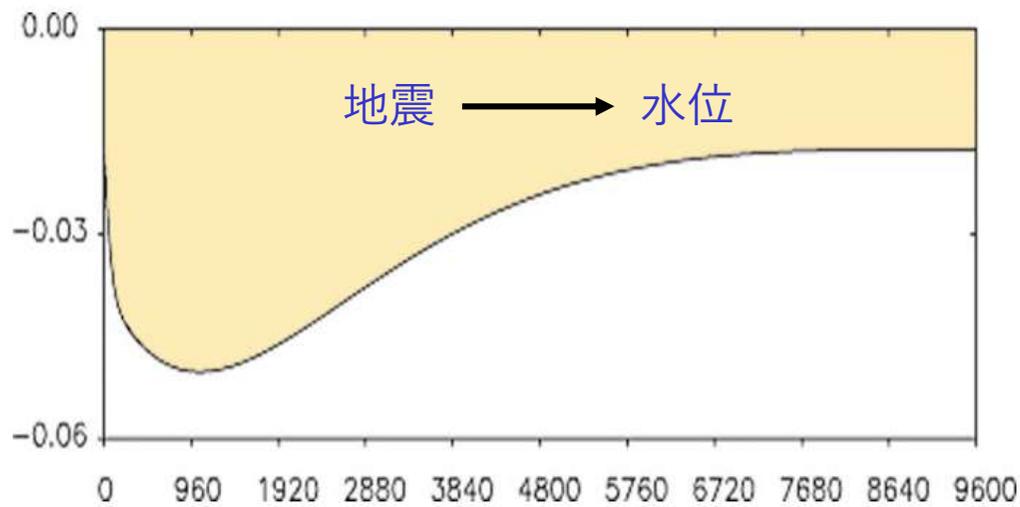
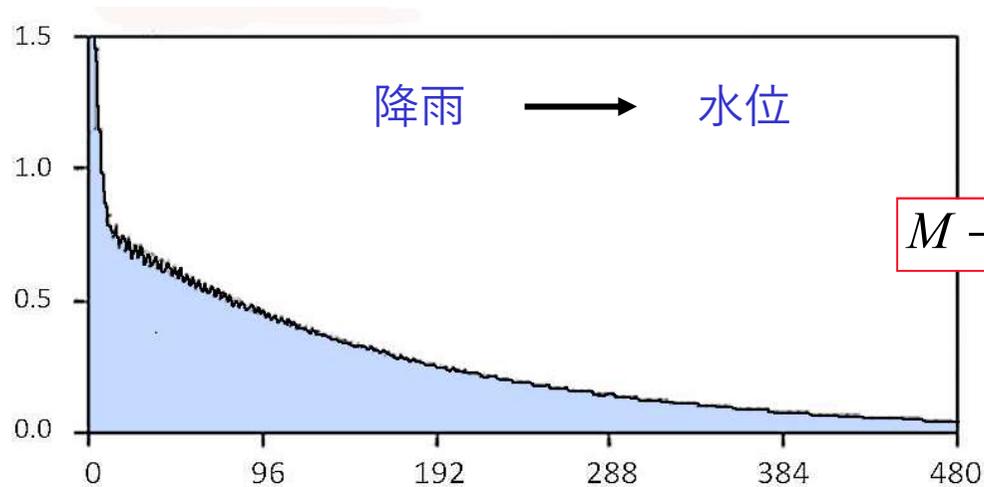


気圧・地球潮汐
・降雨

地震の影響の検出



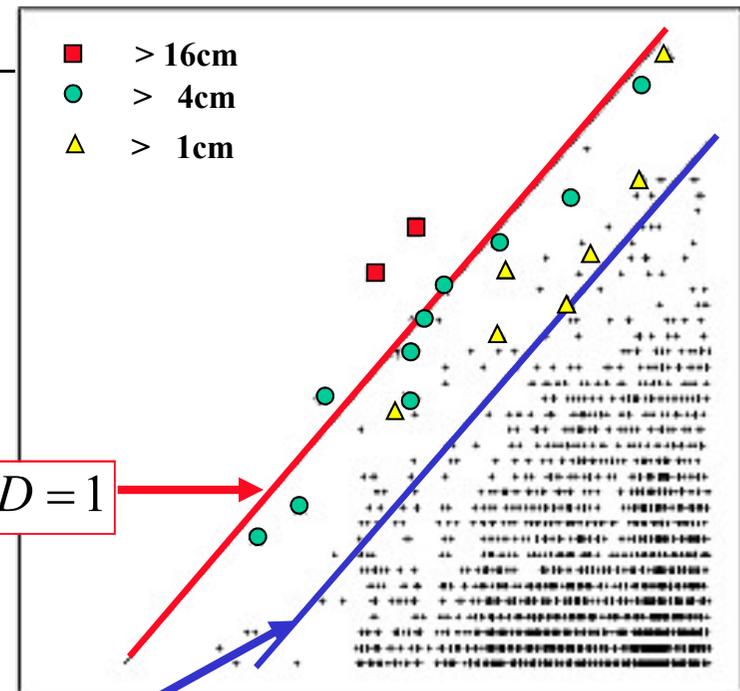
地震の影響



マグニチュード

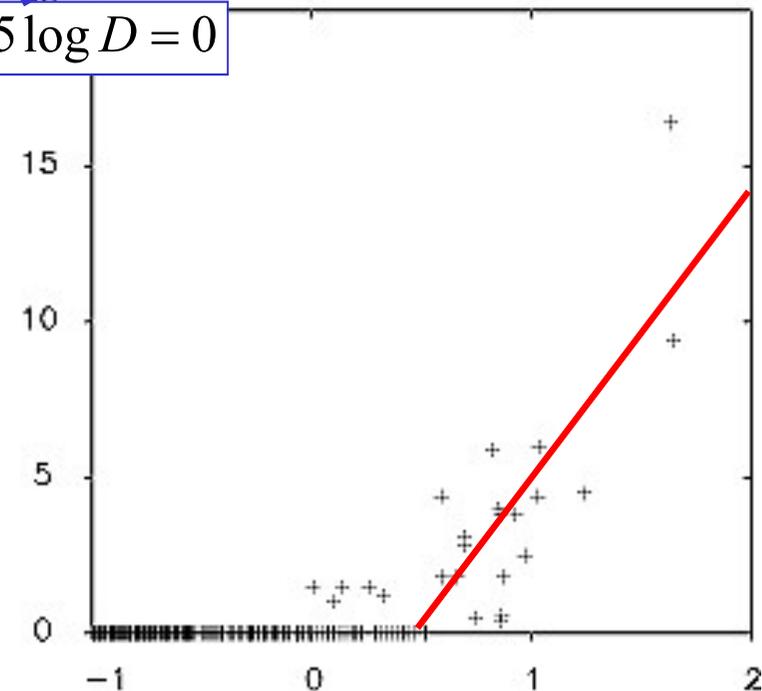
$M - 2.45 \log D = 1$

$M - 2.45 \log D = 0$



距離

水位変化



$M - 2.45 \log D$

得られた知見

- $M > 2.6 \log D + 0.2$ の場合、影響が検出される
- 変化量は $M - 2.62 \log D$ の関数で決まる
- 地震がない場合およそ6cm/年 の割合で水位が上昇
この地域のひずみの増加に対応か？

状態空間モデルによる成分分解のまとめ

- 成分分解により様々な知識が得られる
- 適切な成分（の時系列）の利用がカギ
- 残差系列の分析が重要な成分のヒントを与える
- モデルの合成にあたっては共通の固有根の除去が必要